



# UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

## TRABAJO FIN DE ESTUDIOS

Título

EduKtan: Estrategia en el aula

Autor/es

TANIA ALESANCO MONASTERIO

Director/es

CLARA JIMÉNEZ GESTAL

Facultad

Escuela de Máster y Doctorado de la Universidad de La Rioja

Titulación

Máster Universitario de Profesorado, especialidad Matemáticas

Departamento

MATEMÁTICAS Y COMPUTACIÓN

Curso académico

2016-17



***EduKtan: Estrategia en el aula***, de TANIA ALESANCO MONASTERIO  
(publicada por la Universidad de La Rioja) se difunde bajo una Licencia Creative  
Commons Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada 3.0 Unported.  
Permisos que vayan más allá de lo cubierto por esta licencia pueden solicitarse a los  
titulares del copyright.

**Trabajo de Fin de Máster**

**EduKtan: estrategia en el aula.**

Autor:

*Tania Alesanco Monasterio*

Tutor/es: Clara Jiménez Gestal

**MÁSTER:**  
**Máster en Profesorado, Matemáticas (M06A)**

**Escuela de Máster y Doctorado**



**UNIVERSIDAD  
DE LA RIOJA**

**AÑO ACADÉMICO: 2016/2017**

# **ÍNDICE**

CAPÍTULO I .....	2
1. INTRODUCCIÓN .....	2
2. MARCO TEÓRICO .....	2
2.1. Teorías educativas. ....	3
2.2. Innovación educativa .....	10
2.3. Características generales de los alumnos .....	12
2.4. Atención a la diversidad .....	14
2.5. Metodología .....	16
2.6. Enseñanza de las Matemáticas. ....	18
CAPÍTULO II .....	21
1. ANÁLISIS DEL CENTRO I.E.S. INVENTOR COSME GARCÍA.....	21
2. ESTUDIO DEL GRUPO-CLASE .....	23
2.1. Grupo-clase de primero de Grado Superior de Diseño de Fabricación Mecánica. ....	24
2.2. Grupo-clase del Curso preparatorio para las pruebas de acceso a los ciclos formativos de Grado Superior. ....	25
3. UNIDAD DIDÁCTICA.....	28
3.1. Introducción .....	28
3.2. Objetivos.....	30
3.3. Criterios de Evaluación .....	30
3.4. Contenidos.....	31
3.5. Competencias Clave.....	33
3.6. Metodología .....	34
3.7. Temporalización .....	36
3.8. Atención a la diversidad.....	47
3.9. Materiales y recursos de apoyo a la docencia. ....	48

3.10.Evaluación .....	48
4. REFLEXIONES Y CONCLUSIONES.....	50
CAPÍTULO III .....	51
1. INTRODUCCIÓN.....	51
2. JUSTIFICACIÓN DEL TRABAJO .....	52
3. MARCO TEÓRICO .....	53
3.1. Gamificación .....	53
3.2. Economía de fichas .....	55
3.3. Gamificación de la economía de fichas .....	57
4. OBJETIVOS.....	58
5. DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO.....	59
5.1. Metodología .....	59
5.2. Temporalización .....	63
5.3. Puesta en marcha.....	64
5.4. Sistema de evaluación.....	64
6. EVALUACIÓN DEL PROYECTO.....	67
7. CONCLUSIONES .....	69
Bibliografía .....	71
ANEXOS .....	73
ANEXO I .....	74
ANEXO II.....	77
ANEXO III.....	80
ANEXO IV .....	83
ANEXO V .....	93

## **Resumen**

El presente Trabajo Fin de Máster pretende englobar los conocimientos más importantes estudiados durante las clases teóricas, así como mostrar cómo ha sido su puesta en práctica en aula con la elaboración de la Unidad Didáctica: Los vectores en el plano.

Por otro lado, se desarrolla un proyecto de innovación con aplicabilidad en el aula de Bachillerato donde impartí mis clases de Matemáticas. El objetivo principal del presente proyecto fue poner en práctica un sistema de Economía de Fichas gamificado en el aula. La Gamificación es la aplicación de elementos de juego a entornos ajenos al él. Su popularidad sigue creciendo como un método para aumentar el compromiso de los estudiantes en el aula.

Concretamente se describe la elaboración del juego, que he denominado EduKtan. Este juego se basa en un popular juego de estrategia llamado "Los Colonos del Catán". Los alumnos tendrán que elaborar ejercicios, actividades o problemas si quieren conseguir los diferentes objetivos del juego, sus logros se transformaran en puntuación para la nota final de la evaluación.

## **Abstract**

The intention of this present work is encompasses the most important knowledge studied during the theoretical clases, as well as to show how it has been put on practice en the classroom with the elaboration of the Didactic Unit: *The vectors in the plane.*

In addition, I have developed an innovation project with applicability in the high school classroom where I taught my Mathematics clases. The main goal of the present project was put into practice a system of Token Economy gamified in the classroom. Gamification is the application of game elements to non-game settings. Its popularity continues to grow as a method to increase student engagement in the classroom.

Specifically I describe the elaboration of the game I have called EduKtan. This game is based on a popular strategy game called "The Settlers of Catán". The students will have to elaborate exercises, activities or problems if they want to achieve the different objectives of the game. The students' achievements will be transformed into score for the final mark of the evaluation.

# **CAPÍTULO I**

## **1. INTRODUCCIÓN**

El Trabajo Fin de Máster constituye un reflejo de todas las competencias, incluidas las Prácticas en el Centro de Secundaria, adquiridas en el Máster de Profesorado así como una reflexión sobre el mismo. Sirve para mostrar la adquisición de las competencias profesionales y está orientado a la evaluación global de las competencias asociadas a la especialidad de Matemáticas.

Este trabajo de fin de Máster consiste en un compendio entre el marco teórico en el que se basa el proceso de enseñanza-aprendizaje, la memoria de prácticas y el proyecto de innovación.

Gran parte de los contenidos de este trabajo se apoyan en las prácticas realizadas en el instituto. En esta experiencia se ha podido conocer de primera mano el trabajo y el funcionamiento de un centro de secundaria, en mi caso el I.E.S Inventor Cosme García, así como observar y conocer la diversidad que presenta el alumnado.

Para culminar con las tres etapas propuestas para las Prácticas se preparó una intervención educativa, asumiendo en su fase final el rol de profesor de secundaria. Para ello se elaboró la unidad didáctica “Vectores en el plano”. Ésta ha sido incluida en el Trabajo exponiendo sus objetivos, criterios de evaluación, contenidos, competencias clave, metodología, temporización, atención a la diversidad, evaluación y recursos. Además se ha implementado un proyecto de innovación aplicado a esta unidad didáctica como ejemplo.

## **2. MARCO TEÓRICO**

1. Teorías educativas.
2. Innovación educativa.
3. Características generales de los alumnos.
4. Atención a la diversidad.
5. Metodología.
6. Enseñanza de las Matemáticas.

## **2.1. Teorías educativas.**

Las teorías educativas son marcos conceptuales que sirven de faro al docente para guiar sus actuaciones en el aula. Tratan de explicar los procesos internos que tienen lugar en nuestro aprendizaje, por ejemplo, como captamos la información y los conceptos, tipos de estrategias cognoscitivas, como adquirimos las habilidades intelectuales, etc.

Por tanto, las teorías educativas ofrecen estrategias y técnicas para suscitar el aprendizaje en los alumnos. El conocimiento de los fundamentos de cada una de ellas ayudará al profesor a saber elegir convenientemente que teoría será más efectiva en su trabajo, en función del contexto en el que se desenvuelva.

Las principales teorías educativas son: la teoría conductista, la teoría cognitivista y la teoría constructivista.

### **A. Teoría Conductista:**

El conductismo sostiene que el conocimiento se origina desde la experiencia; el mecanismo central del aprendizaje se basa en una secuencia fundamental de estímulo respuesta, donde el alumno aprende creando asociaciones. Por lo que el aprendizaje se logra cuando se muestra una respuesta apropiada a continuación de un estímulo específico. Por ejemplo, cuando se presenta a un estudiante la ecuación matemática " $3 \times 2 = ?$ ", y el estudiante contesta con la respuesta "6". La ecuación es el estímulo y la contestación apropiada es lo que se llama la respuesta asociada a aquel estímulo. Los elementos claves son, entonces, el estímulo, la respuesta, y la asociación entre ambos. La preocupación primaria es cómo la asociación entre el estímulo y la respuesta se hace, se refuerza y se mantiene.

El conductismo se focaliza en la importancia de las consecuencias de estas conductas y mantiene que las respuestas a las que se les sigue con un refuerzo, tienen mayor probabilidad de volver a sucederse en el futuro. Así es que el conductismo considera innecesario el estudio de los procesos mentales superiores para la comprensión de la conducta humana.

Dentro de este proceso el alumno asume un papel pasivo y el papel destacado lo tiene el profesor que diseña una serie de conductas que el



alumno tiene que aprender y que, como se ha dicho, serán reforzadas cada vez que emita una respuesta correcta.

Algunos de sus representantes son Iván Pávlov (1849-1936), John Watson (1878-1958), Skinner (1904-1994) o Neal Miller (1909-2002).



QUINO. (1999). *Todo Mafalda*. Barcelona. Lumen.

## B. Teoría Cognitivista:

A finales de los años 50, la teoría de aprendizaje comenzó a apartarse del uso de los modelos conductistas hacia un enfoque que descansaba en las teorías y modelos de aprendizaje provenientes de las ciencias cognitivas.

Para la teoría cognitivista el aprendizaje se obtiene como adquisición de conocimiento ligada al procesamiento de la información. El alumno es un ser cognitivo, en el sentido de que adquiere conocimientos que el profesor transmite.

Los modelos cognitivos supusieron un cambio de acento; el énfasis lo encontramos ahora en cómo el alumno procesa la información, como utiliza sus mecanismos de atención, memoria, etc.

Así, podríamos decir que la estructura seguida para la adquisición del conocimiento partiría de las representaciones que construye cada alumno y que se organizan en conceptos, métodos o actitudes. Estas estructuras relacionadas entre sí permiten al alumno expresar sus ideas o tomar sus decisiones a partir de los conocimientos que le transmite el profesor.

Debido al énfasis en las estructuras mentales, se considera a las teorías cognitivas más apropiadas para explicar las formas complejas de aprendizaje (razonamiento, solución de problemas, procesamiento de información) que las teorías conductistas.

### **C. Teoría Constructivista:**

La teoría constructivista entiende el aprendizaje como una construcción de significado. Acorde con la teoría cognitiva, esta teoría centra el aprendizaje en el alumno y esto se pone de manifiesto en los puntos de vista que exponen alguno de sus seguidores, como lo son Piaget (1896-1980) o Vygotsky (1896-1934).

El constructivismo es una teoría que equipara al aprendizaje con la creación de significados a partir de experiencias. Cree que el conocimiento es dependiente de la mente. Sostiene que lo que conocemos del mundo real nace de la propia interpretación de nuestras experiencias. Los alumnos crean significados, no los adquieren.

Está claro que en esta teoría el primer lugar lo ocupa el alumno, se tienen en cuenta su desarrollo personal y su participación activa para interpretar la realidad que lo rodea y construir sus nuevos significados. Pero no nos debemos olvidar del papel de profesor, éste actúa como agente mediador y facilitador de la asociación.

Hay que tener en cuenta que el alumno no solo va a aprender las cosas que le interesan, si no que existe una planificación docente detrás. Para que la transferencia del conocimiento tenga lugar con esta planificación, la meta del profesor debe ser describir las tareas con precisión. Si el aprendizaje se descontextualiza, hay poca esperanza de que la transferencia ocurra.

Para finalizar se enumeran algunos de los aspectos que tiene en cuenta el constructivismo:

- Se presta atención a los conocimientos previos del alumno.
- Globalización de los aprendizajes, aprendizaje significativo.
- Posibilidad de generalizar y transferir los conocimientos a otros contextos.
- El alumno filtra lo que le llega del ambiente para producir su realidad individual.

Se muestra en la Tabla 1 de (Sarmiento, 2004) las principales diferencias teóricas entre los enfoques del Conductismo, Cognitivismo y Constructivismo.

ASPECTOS DIFERENCIALES	CONDUCTISMO	COGNITIVISMO	CONSTRUCTIVISMO
Supuestos Teóricos	Modelo E-R y reflejos condicionados	Modelos de procesamiento de la información	Teoría constructivista del conocimiento
Conocimiento	Respuesta pasiva y automática a estímulos externos	Representaciones simbólicas en la mente del aprendiz	Construcción individual por interacciones entre sujeto y objeto.
Aprendizaje por	Asociación	Transmisión	Reestructuración
Construcción del Aprendizaje	La experiencia produce errores en la comprensión de la realidad	El alumno necesita muchas experiencias	A través de la experiencia
Contenidos de Aprendizaje	Preespecificados	Preespecificados	Rechazan la preespecificación
Contexto de Aprendizaje	Ambientalista (Aprendizaje controlado)	Reales y permiten aislarse (Aprendizaje por instrucción)	Realista (Aprendizaje por experiencia)
Estrategias de Aprendizaje	Son controladas por el ambiente	Unas son específicas y otras son consensuadas	Individuales y personales. Los alumnos controlan su propia instrucción.
Aprendizaje activo y colaborativo	Aprendizaje pasivo y no negociado	Aprendizaje activo y no necesariamente negociado	Aprendizaje activo y negociado.
Metodología de estudio	Métodos objetivos: observación y experimentación.	Técnicas de análisis de tareas	Métodos: histórico críticos, de análisis formal y Psicogenético
Evaluación	En función de los objetivos terminales	Considera su separación del contexto	Evaluación dentro del contexto
Sujeto	Pasivo	Activo	Dinámico

**Tabla 1:** Diferencias teóricas entre los enfoques: Conductismo, Cognitivismo y Constructivismo. (Sarmiento, 2004)

## **Aplicación de las teorías en el proceso de enseñanza aprendizaje.**

La enseñanza no tiene razón de ser si con ella no se produce un aprendizaje; por lo que la enseñanza, como actividad sociocomunicativa y cognitiva, adquiere todo su sentido didáctico a partir de su vinculación con el aprendizaje. (Zabalza, 1990)

Entra en juego ahora el debate sobre la utilidad de las diversas teorías educativas. Cuál sería el enfoque más adecuado para que un docente consiga desencadenar el mejor aprendizaje en el alumno.

Para resolver estas dudas existen actualmente modelos integradores que incluyen entre sus postulados las ventajas de éstas y otras corrientes, como por ejemplo la inclusión en el aula de las nuevas tecnologías, tan útiles en las clases de matemáticas.

Hoy en día, en España contamos con un rígido currículo que regula los elementos que determinan los procesos de enseñanza aprendizaje para cada una de las enseñanzas, según marca la Ley Orgánica 2/2006, para la mejora de la calidad educativa (LOMCE). Esta coyuntura, a mi parecer, dificulta en gran medida la puesta en práctica de algunas teorías.

Sin conocer en profundidad ninguna de las teorías, simplemente con algunas lecturas y lo visto en las clases del Máster de Profesorado, se intuye que hoy en día las teorías conductistas están menos valoradas, podríamos decir que anticuadas. Aunque creo que para el aprendizaje de algunas destrezas sencillas puede ser el método más acertado y rápido. Teniendo en cuenta que el tiempo es un factor muy importante en la enseñanza actual, ya que cumplir el currículo marcado por la LOMCE es una labor, dicho por profesores de mi entorno, bastante ardua.

Dentro de los modelos constructivistas, destacaría la teoría del **aprendizaje significativo**. Sus diseñadores fueron D. Ausubel, J. Novak, H. Hanesian, para ellos el aprendizaje significativo es el aprendizaje donde el alumno relaciona lo que ya sabe con los nuevos conocimientos, lo cual involucra la modificación y evolución de la nueva información así como de la estructura cognoscitiva envuelta en el aprendizaje. (Ausubel, Novak, & Hanesian, 1997).

En la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel se acepta la disposición del alumno a relacionar sus ideas con algún aspecto que ya conocía con

anterioridad, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición.

Acorde a esta teoría, me parece de vital importancia que, para la práctica del docente, éste conozca los conocimientos previos del alumnado y saber cómo aprenden, así se podrá enlazar con las ideas nuevas y conseguir un aprendizaje real y, por tanto, significativo.

Por todo lo expuesto anteriormente, abogaré en mi labor docente por la teoría del aprendizaje significativo aunque sin detrimento de otras. Creo que debería de ser capaz de acentuar la utilidad de esta teoría en mis unidades didácticas, ya que éstas son la base de la interrelación de todos los elementos que intervienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

En la siguiente página muestro un mapa conceptual. Éstos eran una herramienta muy importante para Ausubel, Novak y Hanesian. Los autores los definen como “agentes eficaces del aprendizaje significativo”. Los mapas conceptuales son herramientas gráficas para organizar y representar conocimientos; permiten que los alumnos detecten sus errores conceptuales o relaciones inadecuadas que forman parte de su estructura cognitiva. Además se pueden elaborar de manera individual por cada alumno o en grupos, para trabajar el aprendizaje colaborativo.

Así pues me ha parecido oportuno utilizar esta herramienta para describir cómo debe construirse una unidad didáctica para lograr un aprendizaje significativo.

## MAPA CONCEPTUAL DE UNA UNIDAD DIDÁCTICA SIGNIFICATIVA

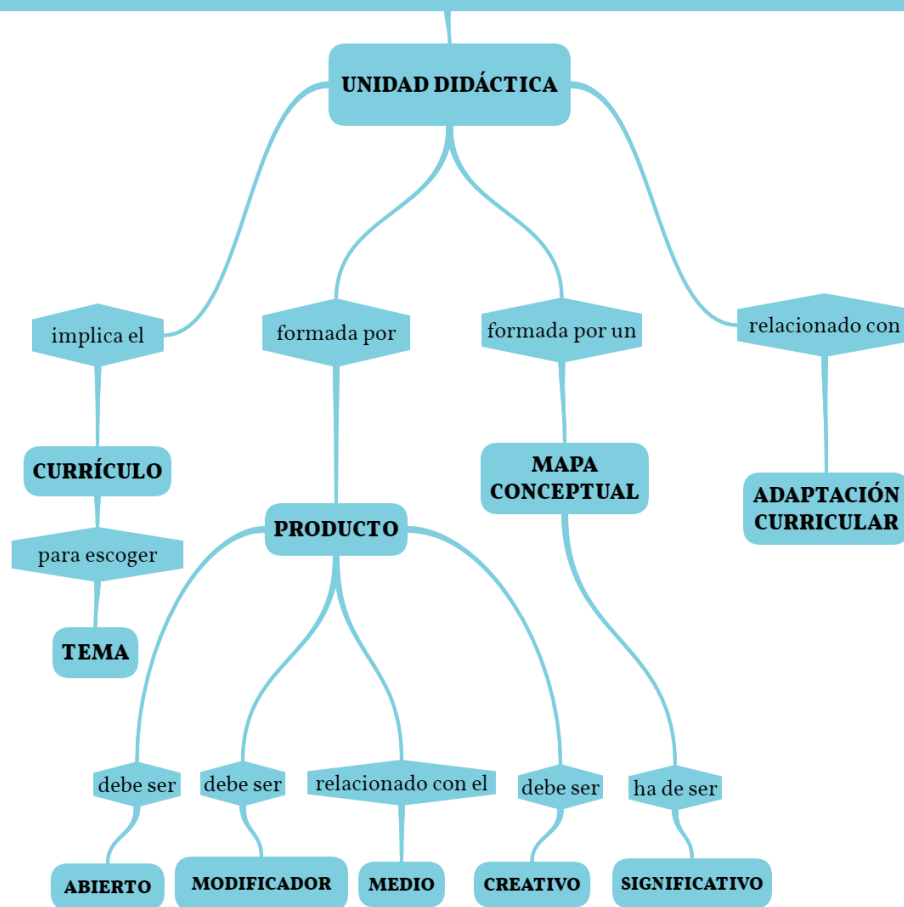


Figura 1. Mapa conceptual de una unidad didáctica significativa (Ballester, 2002)

*"Si tuviese que reducir toda la psicología a un solo principio, enunciaría este: el factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averigüese esto, y enséñese consecuentemente."*

*(Ausubel et al., 1977)*

## **2.2. Innovación educativa**

La **innovación educativa** es un proceso que consiste en incorporar algo nuevo que produce mejora, se puede caracterizar como un cambio creativo y duradero en cualquier nivel de la práctica educativa. Se realiza de manera intencional, produce modificaciones en el sistema de generación y transferencia de conocimientos, habilidades, actitudes y valores.

La innovación educativa debe implicar un cambio que debe ser (ANUIES, 2003):

- Consciente y deseado
- Producto de un proceso
- Duradero en el tiempo
- Dentro de los límites admisibles por la legislación.

A continuación se enumeran algunos de los objetivos básicos de la innovación educativa:

- a) Promover actitudes positivas en la comunidad educativa, abiertas a la adecuación del currículo y a las necesidades e intereses de los estudiantes.
- b) Promover en las instituciones educativas mecanismos para valorar, sistematizar, aplicar y difundir experiencias novedosas que contribuyan a mejorar la calidad de los aprendizajes.
- c) Fomentar la riqueza humana, los recursos naturales y culturales de nuestro medio.
- d) Promover transformaciones curriculares flexibles.
- e) Estimular la formación continua de los docentes.
- f) Compartir y transferir experiencias educativas innovadoras para sistematizarlas y generalizarlas.

Se puede considerar que el objetivo fundamental y primordial de la innovación educativa es contribuir a mejorar la calidad de la enseñanza, en beneficio de un mejor aprendizaje.

Se han identificado tres modelos para desempeñar la innovación educativa; modelo de investigación y desarrollo, modelo de interacción social y modelo de resolución de problemas.

Una parte de este TFM está destinada a desarrollar un proyecto de innovación educativa, ligado a la práctica docente, y a la unidad didáctica que se presenta también es este documento. Para el proceso de elaboración de este proyecto se ha atendido al modelo de resolución de problemas, ya que la innovación que se plantea pretende responder a una necesidad real de los alumnos, y esta es la antipatía, temor o desinterés que muchos alumnos sienten cuando escuchan la palabra “matemáticas”.

Quizá la principal bondad del modelo de resolución de problemas sea precisamente su enfoque participativo y su interés en que las innovaciones respondan a las necesidades reales de los usuarios y sean generadas por éstos. (Moreno, 1995)

Los cinco puntos clave que se deben tener en cuenta a la hora de llevar a cabo una innovación educativa según el modelo de resolución de problemas son:

1. El usuario constituye el punto de partida. En nuestro caso el usuario es el alumno.
2. El diagnóstico precede a la identificación de soluciones. Los malos resultados en la asignatura de matemáticas, son un problema que se encuentra en nuestras aulas, según algunos autores el principal inconveniente es la falta de motivación del alumnado hacia esta materia.
3. La ayuda del exterior no asume un papel de dirección, si no de asesoría y orientación. El profesor será el encargado de comunicar las normas del juego, mientras que los alumnos serán los responsables de su nivel de implicación en él.
4. Se reconoce la importancia de los recursos internos para la solución de los problemas. El recurso interno será la capacidad de motivación de los alumnos, siempre ayudados y promovido por el profesor.
5. Se asume que el cambio más sólido es el que inicia e interioriza el propio usuario/alumno. Este es el objetivo que se persigue con la inclusión en las clases de la gamificación, ya que ésta se entiende como la aplicación de recursos de los juegos en contextos no lúdicos para modificar comportamientos de los individuos mediante acciones sobre su motivación (Teixes, 2014). Es decir, se pretende motivar a



los alumnos para que sean ellos mismos los que cambien su manera de ver las matemáticas.

Cada uno de estos puntos se desarrollará con más exactitud en el tercer capítulo del TFM: EduKtan.

### **2.3. Características generales de los alumnos**

La etapa de desarrollo de los alumnos durante la Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato o los ciclos Formativos de Grado Medio de Formación Profesional es la que corresponde con la adolescencia.

La adolescencia la podríamos dividir en tres etapas según la OMS:

- Temprana: 10 a 13 años
- Media: 14 a 16 años
- Tardía: 17 a 19 años

Durante esta etapa, los adolescentes experimentan un gran cambio, pasan de tener un pensamiento concreto a alcanzar un pensamiento formal.

Es uno de los cambios más importantes que sufren, adquieren la capacidad de pensar en abstracto, lo que supone un gran logro en el pensamiento humano. Les posibilita toda una serie de cambios a la hora de plantear y resolver problemas, ya no utilizaran la conducta del azar sino que, plantearán hipótesis. Pasarán de utilizar los datos concretos e inmediatos a manejar toda la información que poseen.

La capacidad para plantear hipótesis, ponerlas a prueba e interpretar los resultados convierte el razonamiento adolescente en un razonamiento hipotético-deductivo. El adolescente empieza a concebir “lo que podría ser” además de lo que “es”. Lo real se transforma en una opción más entre las posibles. El pensamiento adolescente ya no parte de lo real y lo concreto sino de lo posible y hasta de lo ideal.

Como instrumento lógico utilizan la combinatoria ya que para solucionar un problema es necesario establecer todas las posibles soluciones para después reflexionar acerca de cuál es la más probable o ponerlas todas a prueba para determinar cuál es la verdadera.

Ciertos cambios que aparecen en la forma de pensar del adolescente tienen una relación directa con este período de desarrollo; como es el idealismo, el egocentrismo, la audiencia imaginaria, la fábula personal, la pseudoestupidez o la búsqueda de soluciones complicadísimas a problemas triviales.

Durante la adolescencia sufren cambios a nivel físico, cognitivo, social y el afianzamiento de la personalidad, autoconcepto y autoestima.

Hay que tener en cuenta que, como se detalla en el capítulo II, los alumnos con los que realicé mis prácticas contaban con 19 años o más. Podría decirse que la mayoría de ellos se encontraban en la etapa denominada juventud, de los 19 a 24 años. La transición entre las diferentes etapas (adolescencia-juventud) se marca por razones psicosociales y culturales, por ejemplo la entrada a la universidad o al trabajo.

La juventud es una etapa donde el alumno se vuelve más independiente y toma más responsabilidad de sus actos. Esto se nota claramente en su comportamiento en clase mucho más tranquilo y atento, donde apenas existen interrupciones en el aula.

Los alumnos comienzan también a desprenderse de los grupos, dejando de ser éstos reguladores de su conducta. Aparece entonces una autodeterminación consciente que regula su comportamiento.

Comienzan a tener interés hacia diversas áreas profesionales. Este interés pudo generarse en la adolescencia pero se termina de consolidar en esta etapa. Surge un sentimiento de preocupación constante por la superación profesional.

El pensamiento en la juventud comienza a basarse en la intuición, la emoción y la lógica. Aplica los frutos de la experiencia a las situaciones ambiguas. Se caracteriza por la capacidad para manejar la incertidumbre, la inconsciencia, la contradicción y el compromiso. Esta etapa en ocasiones se denomina pensamiento postformal.

Relacionando las características descritas anteriormente con mis alumnos, algo en lo que coinciden todos ellos es en su preocupación por el desarrollo y superación profesional. Algunos de ellos terminaron bachiller y el siguiente año se matricularon en el grado con el fin de adquirir conocimientos sobre el área de fabricación mecánica y posteriormente entrar al mercado laboral. Otros estaban trabajando, incluso ya habían cursado algún grado anteriormente, y

ahora siguen estudiando para ascender en el trabajo o ampliar sus oportunidades laborales, por ejemplo.

Más adelante en el apartado de *–Estudio del grupo-clase–* se tratará con más detenimiento las características psicopedagógicas, psicosociales, y socioculturales de los alumnos con los que realicé mis prácticas.

## **2.4. Atención a la diversidad**

En las disposiciones generales del Capítulo I del Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato habla en su Artículo 9 sobre el **Alumnado con necesidades específicas de apoyo educativo:**

*1. Será de aplicación lo indicado en el capítulo I del título II de la Ley 2/2006, de 3 de mayo, en los artículos 71 a 79 bis, al alumnado que requiera una atención educativa diferente a la ordinaria, por presentar necesidades educativas especiales, por dificultades específicas de aprendizaje, Trastorno por Déficit de Atención e Hiperactividad (TDAH), por sus altas capacidades intelectuales, por haberse incorporado tarde al sistema educativo, o por condiciones personales o de historia escolar, para que pueda alcanzar el máximo desarrollo posible de sus capacidades personales y, en todo caso, los objetivos establecidos con carácter general para todo el alumnado.*

*2.Las Administraciones educativas fomentarán la calidad, equidad e inclusión educativa de las personas con discapacidad, la igualdad de oportunidades y no discriminación por razón de discapacidad, medidas de flexibilización y alternativas metodológicas, adaptaciones curriculares, accesibilidad universal, diseño universal, atención a la diversidad y todas aquellas medidas que sean necesarias para conseguir que el alumnado con discapacidad pueda acceder a una educación de calidad en igualdad de oportunidades*

Una vez enmarcado el concepto diversidad dentro de la normativa estatal, veamos qué entendemos por diversidad en el contexto del aula. Ésta es una característica inherente a la persona. Toda clase es diversa, no hay un grupo

igual a otro, ni dos personas semejantes. La única característica común a todos los grupos es la heterogeneidad. La diversidad puede estar generada por rasgos de carácter personal y social. Los rasgos personales pueden ser físicos (altura, sexo,...) o psicológicos (capacidad motivación, atención, tipo de aprendizaje,...). Mientras que los sociales se dividen entre los económicos y de origen (cultura, conocimientos y experiencias previas,...).



Por tanto, la atención a la diversidad es el conjunto de acciones educativas que intentan prevenir y dar respuesta a las necesidades, temporales o permanentes de todo el alumnado del centro y, entre ellos, a los que requieren una actuación específica derivada de factores personales o sociales.

Los alumnos de un aula suelen tener diferentes ritmos de aprendizaje, desarrollo, actitudes o valores. No serán todos iguales, ni presentarán las mismas capacidades, ni habilidades y lo más importante, aprenden a ritmos diferentes. Por lo que tener en cuenta la teoría de aprendizaje constructivista es un paso muy importante para abordar esta problemática. El constructivismo valora el conocimiento de cómo interiorizan los conocimientos los alumnos para poder interferir en esa adquisición de contenidos de una manera más profunda y que se logre de este modo un aprendizaje significativo.

Según la LOMCE las medidas de atención a la diversidad propuestas para secundaria son:

- Las adaptaciones del currículo.
- La integración de materias en ámbitos.
- Los agrupamientos flexibles.
- El apoyo en grupos ordinarios.
- Los desdoblamientos de grupos.

- La oferta de materias específicas.
- Los programas de tratamiento personalizado.
- Los programas de mejora del aprendizaje y el rendimiento (PMAR)
- Formación Básica.

Las medidas adoptadas la unidad didáctica impartida durante mi estancia en las prácticas han sido:

- Especificar claramente los objetivos y conceptos fundamentales y complementarios de la unidad. Concretamente se muestra un mapa conceptual al principio del tema, indicando, de forma explícita y jerárquica, los principales conceptos a tener en cuenta.
- Facilitar la intervención de los alumnos para motivarles y poder dar una atención más individualizada.
- Se harán diferentes actividades en función de los intereses y necesidades de los alumnos. Existirán actividades de introducción, desarrollo, consolidación, refuerzo o ampliación.
- La atención a la diversidad se ha tenido muy en cuenta en la realización del proyecto de innovación, en la realización de sus diferentes actividades y sus distintas calificaciones.

## **2.5. Metodología**

La metodología son los principios generales que definen el marco de acción que el profesor pretende llevar a cabo en su clase. Son los principios que guían la acción docente.

Todo proceso de enseñanza-aprendizaje debe partir de una planificación rigurosa de lo que se pretende conseguir, teniendo claro cuáles son los objetivos o metas, qué recursos son necesarios, qué métodos didácticos son los más adecuados y cómo se evalúa el aprendizaje y se retroalimenta el proceso. Los métodos didácticos se elegirán en función de las metas planteadas.

La motivación del alumno incide directamente en su rendimiento; a mayor motivación, mayor predisposición para hacer algo y poder conseguir una meta.

Por lo que para potenciar la motivación se requieren metodologías activas y contextualizadas, que faciliten la participación e implicación del alumnado y la adquisición y uso de conocimientos en situaciones reales, éstas serán las que generen aprendizajes más transferibles y duraderos.

Además un punto muy importante de las metodologías activas es su apoyo en estructuras de aprendizaje cooperativo, de forma que, a través de la resolución conjunta de las tareas, los miembros del grupo conozcan las estrategias utilizadas por sus compañeros y puedan aplicarlas a situaciones similares.

Los principios metodológicos deberían trabajar hacia una educación que promueva:

- Independencia, autonomía y responsabilidad entre los estudiantes.
- Creatividad para buscar soluciones novedosas.
- La Interdisciplinariedad.
- Un currículo basado en el alumno y su aprendizaje (atención a la diversidad)
- Un currículo que haga frente a situaciones complejas: aprendizaje significativo y útil para los alumnos.
- Un aprendizaje que promueva el aprender a aprender desde la motivación e implicación del alumnado.
- Un currículo que potencie el uso de las TICs.

He pretendido poner en práctica alguno de estos principios metodológicos durante mi estancia en el instituto, como por ejemplo:

- Realización de actividades en dificultad progresiva.
- Ser participativa, creativa y fomentadora de las relaciones de calidad entre mis alumnos y yo.
- Relacionar los contenidos del área de matemáticas con las de otras áreas e intentar hacer uso de las nuevas tecnologías como el Geogebra, potenciando así las TIC's y la innovación educativa.
- Informar a los alumnos de los contenidos en cada clase y del por qué y para qué de las actividades. También se informa con anterioridad de los criterios de evaluación. Se pretende con esto desarrollar la capacidad de aprender a aprender.

- Aportar mapas conceptuales, esquemas, gráficas para favorecer la comprensión y el entendimiento.
- Orden y estructura en los contenidos, claridad en la exposición y ejemplos representativos.
- Planteamiento de cuestiones y supuestos prácticos que permitan aplicar conocimientos previamente adquiridos y comprobar el grado de comprensión de los contenidos alcanzado por los alumnos.
- Realización de actividades por parte de los alumnos, individuales y en grupo para fomentar las relaciones entre los compañeros.
- Aportarles bibliografía e indicarles páginas web de interés o como material de apoyo.

## **2.6. Enseñanza de las Matemáticas.**

Las Matemáticas, lenguaje formal con sus propias reglas semánticas y sintácticas, es un medio riguroso para expresar el pensamiento (Nesher, 2000), que resulta muy difícil de aprender para muchos alumnos. alguna de las dificultades con las que se pueden encontrar son la transición del lenguaje natural al lenguaje matemático o la comprensión de ciertos conceptos. Uno de los principales papeles del docente es ayudar al alumno a crear vínculos entre su lenguaje informal y nociones intuitivas y el lenguaje abstracto y simbólico de las matemáticas.

Algunos autores apuntan a que la experiencia en la enseñanza de las matemáticas en primaria pone en relieve una serie de dificultades que se traducen en errores que persisten mucho tiempo y que dificultan aprendizajes posteriores en secundaria. Es importante que el niño obtenga vínculos entre el lenguaje informal y el lenguaje matemático, experiencias que le permitan percibir el mundo que les rodea para que luego vaya comprendiendo conceptos más generales y abstractos.

Ya en secundaria podemos hablar de diferentes factores que pueden señalarse como causantes o coadyuvantes del fracaso en las matemáticas, algunos de éstos pueden ser:

- Uso de métodos tradicionales en el aula. Solo un profesor es capaz de presentar las abstracciones matemáticas arrojadas con un

contexto concreto, al alcance del alumno, y abierto a una gran multiplicidad de conocimientos. Para ello, es necesario que el profesor no se limite a reducir su enseñanza a la simple repetición de ejercicios, pues perdería la oportunidad de mostrar la verdadera Matemática y mataría todo el interés que podría despertar con una presentación apoyada en contextos cercanos. (Gutiérrez, 2010)

- Preocupación del docente en avanzar en los contenidos aceleradamente para cumplir con las exigencias del currículo en detrimento de otros factores más importantes.
- El saber matemático es un elemento educativo de la persona y estructurador del pensamiento en la sociedad actual. Muchas veces el docente no sabe comunicar esta importancia a los alumnos, de manera que ellos ven las matemáticas como algo inútil y abstracta, lo que les lleva a la falta de interés.
- Por último, son muchos los autores que inciden en la importancia de la motivación para el aprendizaje.

Algunas de las mejoras que se proponen en la enseñanza de las matemáticas son:

- Un punto primordial para evitar que los contenidos exigidos por el currículo sea un problema que afecte en el aprendizaje significativo del alumno es una buena planificación. Planificar adecuadamente la asignatura por el profesorado a fin de dar todos los temas del currículo con la suficiente extensión y claridad. La elaboración de buenas Unidades Didácticas tiene especial relevancia.
- Mostrar la aplicabilidad de las Matemáticas a otras disciplinas, lo cual supondría darle al alumno una mayor motivación con respecto a sus futuros estudios universitarios.
- Utilizar la Historia de las Matemáticas en el aula. En general, el conocimiento del origen y evolución de los conceptos y procedimientos que constituyen la ciencia es el mejor soporte para contextualizarlos. La Historia de las Matemáticas puede apoyar el papel educativo en el aula. Que el alumno conozca el origen de la Matemática y las líneas generales de su historia, le ayudará a



comprender que las Matemáticas no son algo frío ni intangible sino que han sido las circunstancias de la vida las que han motivado a los hombres a esforzarse por resolverlas.

- Programar actividades tipo gymkhana, olimpiadas y concursos relacionados con la vida real para mostrar las aplicaciones y utilidades de las Matemáticas y despertar también de esa forma la motivación y el interés de los alumnos por las mismas. En el proyecto de innovación de este Trabajo Final de Máster, por ejemplo, se ha propuesto una economía de fichas.
- Realizar visitas concertadas en grupo y con la compañía del profesor a facultades para que los mismos profesores les muestren sus instalaciones o los estudios que ellos realizan. También visitas a museos, ferias, o cualquier evento relacionado con alguna disciplina científico-técnica podrá desarrollar en los alumnos curiosidad e interés.
- Disponer de grupos más reducidos en las aulas para poder atender a la diversidad y conseguir un adecuado avance individual de los alumnos en esta etapa.

## **CAPÍTULO II**

### **1. ANÁLISIS DEL CENTRO I.E.S. INVENTOR COSME GARCÍA.**



*Foto 1. I.E.S. Inventor Cosme García*

El I.E.S. Inventor Cosme García de Logroño, fue el centro donde desarrollé mis prácticas del Master de Profesorado. Es un centro público con gran prestigio y muy conocido en Logroño, sobre todo por ser el primer Instituto Politécnico de La Rioja.

En 1985, la insigne Escuela de Artes y Oficios de Logroño se desdobló debido a la pujanza de las enseñanzas profesionales dando origen al Instituto Politécnico Inventor Cosme García. El objetivo de este centro es, desde sus comienzos, reunir todo conocimiento anterior con un proyecto tecnológico actual, cuyo fruto son las diferentes ramas que se estudian en estos días en el centro: Automoción, Administrativo, Electricidad, Electrónica y Metal.

El Cosme dispone de una oferta educativa desde la E.S.O, Bachillerato de Humanidades y Ciencias Sociales y Bachillerato de Ciencias, ambos con la posibilidad bilingüe. Además Formación Profesional Básica y Formación Profesional de Grado Medio y de Grado Superior de las diferentes ramas tecnológicas mencionadas en el párrafo anterior. Y por último los cursos preparatorios para las pruebas de acceso a los ciclos formativos de Grado Medio y Grado Superior. Estos cursos en concreto fue donde impartí mis unidades didácticas.

El Centro fomenta la integración con su entorno, promoviendo actividades deportivas, musicales y culturales dentro del Instituto o con su participación en las actividades de la localidad. Otro punto importante es la Biblioteca del Centro que abre gracias a las horas dedicadas por los profesores con reducción lectiva mayores de 55 años. Asimismo los profesores del Departamento de música se encargan del mantenimiento de la misma.

El I.E.S. Inventor Cosme García se rige por la normativa estatal y autonómica, sin embargo dentro de éstas, posee sus propias señas de identidad, lo que hace que se le reconozca y configura su funcionamiento particular. Dichas “señas de identidad” se plasman y se publican en el Proyecto Educativo del Centro (PEC).

El Proyecto Educativo del Cosme presenta diferentes apartados perfectamente diferenciados, que hacen referencia a: sus señas de identidad, a la estructura organizativa del centro, a su oferta educativa, su modelo de participación, la atención a la diversidad en el centro, su plan de acción tutorial, el plan de orientación académica y profesional, su plan con respecto a las TIC, etc. Muchos de esos apartados vienen ampliados en el Reglamento de Organización y Funcionamiento (ROF) otro documento de vital importancia si queremos conocer el estado del centro.

El I.E.S. Cosme García es un centro en constante evolución, referente en innovación y aplicación de nuevas tecnologías. Tiene una amplia participación en programas, concursos, actividades y colaboraciones promovidas por diferentes entidades y organizaciones. Así como relación estrecha con las empresas y entidades del entorno sociolaboral con el objetivo de promover la integración en el mundo laboral de sus alumnos.

Una muestra de todo esto son los diferentes proyectos y programas en los que el Cosme García está inmerso:

- Proyectos Erasmus +
- Modelo de calidad europeo E.F.Q.M.
- PIE: (“Prevención, detección y respuesta frente al acoso entre iguales y el ciberbullying”)
- Divulgaciencia
- UniRioja Motostudent
- PILC (Programa de Innovación Lingüística en Centros)

## **2. ESTUDIO DEL GRUPO-CLASE**

Mi tutor durante mis prácticas en el I.E.S Cosme García fue David Herreros Malillos. Él es profesor en el Grado Superior de Diseño en Fabricación Mecánica, y las asignaturas impartidas por David en este grado son: en el primer curso del grado Inglés Técnico y Diseño de Productos Mecánicos, para el segundo curso del grado Automatización Fabricación.

Cuando empezó mi periodo de prácticas del Master de Profesorado los alumnos de segundo curso del Grado estaban en sus respectivas prácticas de empresa, por lo que el único grupo-clase con el que coincidí fue el primer curso del Grado Superior de Diseño en Fabricación.

Por otro lado, se me pidió desde el Master de Profesorado que elaborará una unidad didáctica de Matemáticas, ya que esa es la especialidad que curso, y que la pusiese en práctica en clase. Para ello colaboré con Juan Aguilar, profesor de matemáticas en el Curso preparatorio para las pruebas de acceso a los ciclos formativos de Grado Superior. Así pues, el segundo grupo-clase con el que tuve la oportunidad de trabajar fue el del Curso preparatorio para las pruebas de acceso a los ciclos formativos de Grado Superior.

Para llevar a cabo el estudio del grupo-clase las tres alumnas del máster de profesorado que estábamos en prácticas en el turno vespertino del Cosme decidimos hacer un cuestionario de carácter anónimo. Este cuestionario pretendía recoger algunos datos de los alumnos de nuestros grupos-clase para analizarlos posteriormente. Adjunto el cuestionario como ANEXO I.

A lo largo de los siguientes puntos se comentan los resultados de los cuestionarios para cada grupo. Hay que tener en cuenta que el día que se realizaron los test en ambas clases no se encontraban todos los alumnos, así que en los datos hablaremos de los que lo realizaron.

Era normal que faltase algún alumno en las clases, como comentaré a continuación, muchos de ellos trabajaban o tenían otras obligaciones que les impedía acudir diariamente a clase.

## **2.1. Grupo-clase de primero de Grado Superior de Diseño de Fabricación Mecánica.**

El día que se pasó el test había 10 alumnos en clase y en total eran 17. Era un grupo con edades diversas, pero con motivaciones y expectativas, con respecto al Grado que cursaban, comunes. Todos ellos eran de sexo masculino y nacionalidad Española. Siete de ellos estaban trabajando.

### **- CARACTERÍSTICAS PSICOPEDAGÓGICAS DE LOS ALUMNOS**

Es un grupo reducido en el que hay alumnos desde 19 a 50 años, con lo cual encontraremos parte del grupo en la juventud, y otro grupo en plena madurez. La media de edad es de 30 años.

Como ya he mencionado, acompañaba a mi tutor en las dos asignaturas que él impartía a este grupo, Inglés Técnico y Diseño de Productos Mecánicos. Se notaba que la asignatura de inglés se les hacía más cuesta arriba, y que mostraban mayor interés en la de diseño ya que ellos pensaban que era una asignatura más importante para su salida al mundo laboral.

Solo uno de los encuestados accedió al Grado desde bachiller, el resto había cursado anteriormente alguna Formación Profesional; seis alumnos estudiaron anteriormente otro Grado Superior y los tres restantes un Grado Medio.

Se les pregunto por si habían repetido algún curso y solo 3 dijeron que sí. Eligieron realizar una Formación Profesional en vez de continuar con los estudios de bachiller o universidad por interés personal en la materia y el tipo de trabajo al que accedían.

Seis de ellos llevaban mucho tiempo sin estudiar. En concreto dos, más de 20 años. Algunos pasaron directamente del Grado Medio al Superior. Otros llevaban entre 3 y 5 años sin estudiar. Por mi parte valoraba mucho el esfuerzo de estas personas por volver a las aulas y el interés y buen ambiente que tenían entre ellos aún con sus diferencias generacionales.

### **- CARACTERÍSTICAS PSICOSOCIALES DE LOS ALUMNOS**

Ya he dicho anteriormente que 7 de los alumnos estaba trabajando, por lo que al preguntarles por sus razones para matricularse su contestación general

fue para ascender en el trabajo o encontrar uno nuevo. Tres contestaron simplemente que les atraía el tema. Y uno de ellos curiosamente contesto que quería ocupar tiempo, era el único alumno que se encontraba desempleado.

En general estaban satisfechos o muy satisfechos con el curso.

Las expectativas de futuro en general eran terminar el curso y trabajar. Aunque dos de ellos querían empezar estudios universitarios.

#### - CONDICIONAMIENTOS SOCIOCULTURALES

El entorno sociocultural de todos ellos era bastante similar.

Cuatro de ellos vivían con sus padres, los más jóvenes, y otros cinco con su pareja/mujer e hijos. Uno de ellos vivía solo. Su residencia estaba en Logroño o en alguno de los pueblos cercanos a la ciudad.

Cuando se les pregunto por los objetos o comodidades que tienen en casa, como móviles, Tablet, etc., sus contestaciones fueron en general muy parecidas, un móvil y ordenados por persona, casi un coche por persona, en general habitación propia para estudiar, muchas teles, etc... No se apreció diferencia entre ellos. Podría considerarse un nivel de vida medio acomodado.

Ninguno de ellos había vivido fuera de España y tampoco tenían intención de salir, solo uno de ellos. Algunos no les importaría moverse por España en busca de trabajo. El alumno que tenía intención de viajar fuera de España tenía un nivel alto de inglés, mientras que el resto medio o bajo.

## **2.2. Grupo-clase del Curso preparatorio para las pruebas de acceso a los ciclos formativos de Grado Superior.**

El día que se pasó el test había 7 alumnos en clase, aunque en total eran 13. La media de edad es 20 años, bastante más baja que los alumnos de Grado. También es verdad que el día que se pasó el test faltaron los dos alumnos de mayor edad, aunque estos rondarían los 30 años.

Todos son de nacionalidad Española. Cinco de sexo masculino y dos femenino. 3 de ellos estaban trabajando, dos en búsqueda de empleo y otros dos eran estudiantes.

#### - CARACTERÍSTICAS PSICOPEDAGÓGICAS DE LOS ALUMNOS

En el grupo había alumnos desde 18 a 24 años, con una media de 20. Así pues era un grupo bastante homogéneo. Era un grupo reducido, la asignatura que imparte Juan Aguilar a este grupo era únicamente Matemáticas. Los alumnos habían elegido la opción de Matemáticas, ya que en el curso preparatorio se puede elegir entre Matemáticas o Historia, y en esas horas el grupo se dividía en dos, es por esto que era tan reducido. En total el grupo era de 31 alumnos.

Cuatro de ellos accedían al curso desde la E.S.O, esto significa que cuando terminaron la E.S.O. dejaron de estudiar, y después de años lo han retomado con este curso, ya que no se puede acceder a estas pruebas hasta los 19 años. El resto intentó bachiller y no lo pudo sacar por lo que se apuntaron al curso.

Se les preguntó por si habían repetido algún curso y todos los alumnos contestaron que sí, incluso más de un curso. Este hecho podría demostrar que las pruebas de acceso son un recurso muy bueno para que personas, que por diferentes motivos no han podido conseguir terminar los estudios por la vía más común, encuentren diferentes caminos para conseguirlo y no abandonar la educación. Todos contestaron que no llevaban mucho tiempo sin estudiar, pero no especificaron cuánto.

#### - CARACTERÍSTICAS PSICOSOCIALES DE LOS ALUMNOS

Todos los alumnos hacen este curso con el objetivo de cursar un grado superior el año siguiente, como es obvio. Y en general estaban satisfechos con el curso.

Durante el periodo que pasé asistiendo a las clases con Juan, como las horas que les impartí en clase, pude advertir dos grupos muy diferenciados en cuanto a sus conocimientos previos.

Por un lado estaban los alumnos que dejaron de estudiar al terminar la E.S.O. o la Formación Profesional Básica. Ellos llevaban algunos años sin estudiar y su nivel en general podría estar por debajo de un adolescente que acaba de terminar la E.S.O.

Por otro lado había alumnos que llegaron al primer o segundo curso de Bachillerato pero que no consiguieron pasarlo, por lo que optaron por una vía más rápida para acceder a un Grado Superior y se apuntaron a las pruebas de acceso.

La diferencia en conocimientos previos entre un grupo y otro era considerable y se debía tener muy en cuenta a la hora de elaborar y poner en práctica una clase. Los alumnos de bachiller entendían los conceptos rápidamente y las actividades de desarrollo las comprendían a la primera, podían tener algún problema con las actividades de consolidación, pero en general no tenían demasiados problemas; mientras que el otro grupo necesitaba más ejemplo de las actividades de desarrollo para entenderlo y se frustraban con las actividades de consolidación.

Hay que decir que el nivel de esta prueba no llega a ser tan complicada como el nivel que puede tener un alumno al terminar Bachillerato. Siguen el currículo de primero de Bachillerato en Ciencias, tal como se refleja en las unidades didácticas.

Decir que el alumno que procedía de F.P. Básica se esforzaba mucho y preguntaba en clase, era muy participativo, incluso acudía a tutorías con el profesor. Otra vez, una muestra de la importancia de la existencia de diferentes caminos para facilitar la educación.

#### - CONDICIONAMIENTOS SOCIOCULTURALES

El entorno sociocultural de todos ellos era bastante similar.

Seis de ellos vivían con sus padres, y uno con la novia. La residencia de todos ellos estaba en Logroño.

Como en el caso del grupo de Grado Superior, cuando se les pregunto por los objetos o comodidades que tienen en casa, los resultados daban a entender que el nivel de vida era bueno económicamente y con bastantes comodidades.

Seis de ellos no han vivido fuera de España y tampoco tenían intención de salir, solo uno de ellos. Algunos no les importaría moverse por España en busca de trabajo. Uno de ellos, con alto nivel de inglés y francés, no le importaría buscar trabajo fuera de España. Como en el caso anterior vemos la importancia de conocer un idioma para facilitar el acceso a otros trabajos fuera del país y también a tener motivación por encontrar un trabajo fuera.



### **3. UNIDAD DIDÁCTICA**

#### **3.1. Introducción**

A continuación voy a desarrollar una de las Unidades Didácticas que impartí durante el periodo de prácticas en el I.E.S. Inventor Cosme García.

Según el Decreto 21/2015, de 26 de junio, las Unidad Didáctica que expongo a continuación corresponden al apartado de Matemáticas I, Bloque IV denominado **Geometría**.

Extraje del Anexo I del citado Decreto los contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje que expongo en los siguientes párrafos. Aunque se alude brevemente a los temas tratados en esta unidad, me sirvieron como base de partida para elaborarla.

Los **CONTENIDOS** referentes a mi Unidad Didáctica presentes en este bloque son:

- Vectores libres en el plano. Operaciones geométricas.
- Producto escalar. Módulo de un vector. Ángulo de dos vectores.
- Bases ortogonales y ortonormales.

En lo referente a **CRITERIOS DE EVALUACIÓN** en el Decreto encontramos:

- Manejar la operación del producto escalar y sus consecuencias. Entender los conceptos de base ortonormal. Distinguir y manejarse con precisión en el plano euclídeo y en el plano métrico, utilizando en ambos casos sus herramientas y propiedades.

Los **ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE** evaluables para estos criterios de evaluación serán:

- I. Emplear con asiduidad las consecuencias de la definición de producto escalar para normalizar vectores, calcular el coseno de un ángulo, estudiar la ortogonalidad de dos vectores o la proyección de un vector sobre otro.
- II. Calcular la expresión analítica de producto escalar, el módulo y el coseno de ángulo.

LA UNIDAD DIDÁCTICA IMPARTIDA FUE:

U.D. nº	TÍTULO DE LA U.D.	
5	<u>Los vectores en el plano</u>	
CURSO	MODALIDAD	MATERIA
1º Bachillerato	Ciencia y tecnología	Matemáticas
TEMPORALIZACIÓN		Nº DE SESIONES PREVISTAS
Segunda Evaluación		7 sesiones de 50 min

Como se ha mencionado, la Unidad Didáctica versa sobre Geometría. Esta es una rama necesaria en el ámbito de la enseñanza, ya que constituye un instrumento indispensable para interpretar la realidad.

Un conocimiento geométrico básico es indispensable para desenvolverse en la vida cotidiana: para orientarse reflexivamente en el espacio; para hacer estimaciones sobre formas y distancias; para hacer apreciaciones o cálculos relativos a la distribución de los objetos en el espacio.

La geometría está presente en múltiples ámbitos del sistema productivo de nuestra actual sociedad, como: producción industrial, diseño, arquitectura, topografía, etc....

La forma geométrica es también un componente esencial del arte, de las artes plásticas, y representa un aspecto importante en el estudio de los elementos de la naturaleza. En definitiva un bloque a tener muy en cuenta en el currículo.

En esta unidad se procede a hacer un estudio de los elementos geométricos elementales del espacio.

Mediante un sistema de referencia se determinarán las coordenadas de cada punto del espacio como las coordenadas de su vector de posición, y serán las relaciones de dependencia entre vectores las que determinarán las condiciones o ecuaciones que deben cumplir los puntos de cada recta.

### **3.2. Objetivos**

A continuación se citan los objetivos referentes a los logros que el estudiante debe alcanzar al finalizar la Unidad Didáctica. Éstos serán el resultado de los procesos de enseñanza-aprendizaje que he planificado para tal fin.

#### **UNIDAD DIDÁCTICA 5: Los vectores en el plano**

- Diferenciar entre magnitudes escalares y magnitudes vectoriales.
- Conocer los conceptos y las características de los vectores fijos y de los vectores libres.
- Operar con vectores libres y obtener sumas, restas, aplicando la regla del paralelogramo, y productos de un número por un vector libre.
- Enumerar las propiedades de las operaciones con vectores libres.
- Conocer el concepto de base de los vectores del plano.
- Definir el concepto de componentes de un vector y realizar operaciones entre vectores utilizando sus componentes.
- Conocer el concepto de producto escalar de vectores, sus propiedades y su interpretación geométrica.
- Calcular el producto escalar de los vectores de una base ortonormal.
- Hallar una expresión que permita calcular el producto escalar de dos vectores cualesquiera e interpretar geoméricamente el producto escalar.
- Aplicar el producto escalar a la resolución de situaciones problemáticas en las que intervienen vectores.

### **3.3. Criterios de Evaluación**

Los criterios de evaluación van a ser mi referente específico para evaluar el aprendizaje de los alumnos. Exponen aquellas premisas que se van a valorar y que los alumnos deben lograr, se evaluará los conocimientos pero también las competencias adquiridas.

### UNIDAD DIDÁTICA 5: Los vectores en el plano

- Comprobar que saben distinguir entre magnitudes escalares y vectoriales.
- Evaluar si conocen las propiedades y características de los vectores fijos y de los vectores libres.
- Confirmar que saben operar con vectores aplicando la regla del paralelogramo.
- Comprobar que conocen y aplican correctamente las propiedades de las operaciones con vectores.
- Constatar que saben utilizar el concepto de base de los vectores del plano.
- Evaluar si saben reconocer las componentes de un vector.
- Verificar que saben operar con componentes para realizar sumas, restas y productos de un número por un vector.
- Evaluar si conocen el concepto de producto escalar de vectores y sus propiedades.
- Analizar si saben interpretar geométricamente el significado del producto escalar de vectores.
- Evaluar si conocen el valor del producto escalar de los vectores de una base ortonormal.
- Verificar que saben calcular el producto escalar de dos vectores cualesquiera cuando se conocen sus componentes respecto de una base ortonormal.
- Constatar saben aplicar el producto escalar para calcular el módulo de un vector y el ángulo entre dos vectores.

### **3.4. Contenidos**

En la siguiente lista se citan los contenidos de la Unidad Didáctica. Los contenidos son el conjunto de conocimientos, habilidades, destrezas y actitudes que van a contribuir al logro de los objetivos de cada unidad didáctica y a la adquisición de las competencias clave.

## UNIDAD DIDÁTICA 5: Los vectores en el plano

- Magnitudes escalares y magnitudes vectoriales.
- Vectores fijos.
- Reconocimiento de las características de un vector: módulo, dirección y sentido. Vectores libres.
- Comparación de vectores y reconocimiento de la relación de igualdad de vectores libres.
- Operaciones con vectores libres.
- Aplicación de la regla del paralelogramo para calcular sumas y restas de vectores libres y cálculo del producto de un número por un vector libre.
- Enumeración y aplicación de las propiedades de las operaciones con vectores libres.
- Base de los vectores del plano.
- Componentes de un vector.
- Comparación de vectores a través de sus componentes.
- Operaciones con componentes.
- Producto escalar de vectores.
- Comprobación de las propiedades del producto escalar de vectores.
- Interpretación geométrica del producto escalar de dos vectores.
- Determinación del producto escalar de los vectores de una base ortonormal.
- Producto escalar de dos vectores cualesquiera.
- Cálculo del módulo de un vector.
- Cálculo del ángulo entre dos vectores.
- Aplicaciones del producto escalar a la resolución de situaciones problemáticas en las que intervienen vectores.

### **3.5. Competencias Clave**

Las competencias clave que se van a desarrollar en esta Unidad Didáctica son:

- Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología CMCT: Esta claro que en esta asignatura fomentamos la capacidad para aplicar el razonamiento matemático.
- Competencia en comunicación lingüística CCL: Se refiere a la habilidad para utilizar la lengua, expresar ideas e interactuar con otras personas de manera oral o escrita. Esta competencia se trabajará diariamente en las sesiones de manera natural al interactuar profesor-alumno o alumno-alumno. Pero de manera más concreta la fomentamos con la actividad de ampliación que hay en cada unidad. En ella habrá que realizar un trabajo escrito y exponerlo y debatirlo en grupo.
- Competencia digital CD: La fomentamos con el uso que hacemos de las TIC: GeoGebra, autoevaluaciones online, páginas web, etc.
- Competencia para Aprender a Aprender CPAA: es una de las principales competencias, ya que implica que el alumno desarrolle su capacidad para iniciar el aprendizaje y persistir en él, organizar sus tareas y tiempo, y trabajar de manera individual o colaborativa para conseguir un objetivo. Intentamos desarrollar al máximo esta actividad con la actividad de ampliación.
- Competencias sociales y cívicas CSC: desarrollar capacidades de diálogo para la resolución de trabajos; comportarse correctamente respecto a distintos valores; reconocer el valor de las ideas y opiniones de otros. Se atenderá a que el comportamiento en clase sea siempre el adecuado. Además se proponen sesiones en las que los alumnos deben ayudarse los unos a los otros en la resolución de ejercicios, esta actividad fomenta y mejora las relaciones entre los alumnos.

### **3.6. Metodología**

Los contenidos de esta Unidad Didáctica se han elaborado teniendo en cuenta diferentes fuentes. Por una parte, se adecúan a lo exigido en el Decreto 21/2015, según se describe en el Anexo I, apartado Matemáticas I, Boque IV: Geometría.

Por otro lado se ha seguido el libro de Marea Verde: Matemáticas I. 1º de Bachillerato. Se proporciona a los alumnos una hoja de ejercicios elaborada también por Marea Verde para el capítulo 5: Geometría analítica. Esta hoja se ha adjuntado en el ANEXO II

Los recursos de Marea Verde son una especie de libros de texto o materiales curriculares elaborados por profesores de la enseñanza pública. La idea es trabajar de forma colaborativa.

Los materiales de Marea Verde están elaborados por profesores con experiencia en las aulas y por eso está muy bien adaptado a las características de los alumnos de cada nivel y a los currículos oficiales. Además tienen la ventaja de ser absolutamente gratuitos.

Para impartir la parte de las sesiones teórica preparé unas diapositivas, ya que la clase contaba con proyector y altavoces. Estas diapositivas me sirvieron por un lado para seguir el hilo de la clase, y por otro, para mostrar algunas figuras que no se verían tan claras dibujadas en la pizarra o se perdería mucho tiempo en su elaboración.

Tener el proyector también me ayudaba para mostrarles a los alumnos los ejercicios que íbamos haciendo en el programa GeoGebra que manejaba desde mi ordenador o para enseñarles algún video, página web, etc.

Además de las diapositivas completaba las clases teóricas con ejercicios que realizaba en la pizarra.

También se hicieron un par de sesiones en las aulas de ordenadores donde cada alumno tenía un ordenador para trabajar con él. En concreto trabajamos con el programa de GeoGebra.

Según marca la línea metodológica del centro, basada en la teoría del Aprendizaje Significativo, se deberá tener en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes, los distintos ritmos evolutivos, buscar conexiones entre la teoría y la experiencia, o fomentar un clima de trabajo y orden en el aula. Por

ello a la hora de elaborar las sesiones he tenido en cuenta los siguientes criterios:

- de lo conocido a lo desconocido,
- de lo fácil a lo difícil,
- de lo concreto a lo abstracto,
- de lo particular a lo general.

En relación con las actividades he determinado diversos tipos. Cada actividad propuesta en las sesiones está clasificada en:

- de introducción: ideas previas, motivadoras.
- de desarrollo: en contacto con los contenidos, tareas...
- de consolidación: afianzar y consolidar los aprendizajes asimilados.
- de refuerzo: para aquellos alumnos con dificultades, que no han asimilado suficientemente los contenidos.
- de ampliación: para seguir construyendo conocimientos. Dirigido a alumnos que han asimilado los contenidos de manera satisfactoria. Se propone una actividad de ampliación por unidad.
- de evaluación: seleccionar actividades para evaluar los aprendizajes logrados en un momento concreto. Test de autoevaluación y el examen.



### 3.7. Temporalización

A continuación describo las exposiciones, actividades y otros recursos didácticos que planifiqué, por sesiones, para la puesta en marcha de la unidad didáctica en el aula.

#### UNIDAD DIDÁCTICA 5: LOS VECTORES EN EL PLANO

##### SESIÓN V1

Esta es la primera sesión en la que voy a hablar del tema de la geometría y los vectores. Por lo que haré una pequeña introducción y explicaré algunos conceptos nuevos.

- Explicaré cómo en cursos anteriores para estudiar las figuras geométricas las dibujábamos, mientras que en este curso se le da un nuevo enfoque. Se van a relacionar los puntos que forman las figuras con sus coordenadas, y para ello introduzco el **plano cartesiano**.
- **Los vectores en el plano:** explicación de los conceptos y las notaciones relacionadas con los vectores.

##### Actividad V1.1: Actividad de desarrollo.

Imagínate que estas en el punto (1, 2) y te mueves al punto (3, 1) ¿qué vector representa ese movimiento? Si las unidades están en metros ¿cuántos metros te has movido?

*Dibujamos los datos del ejercicio en el plano y se calcula la hipotenusa del triángulo formado. Lo utilizamos para explicar el módulo de un vector.*

- Las **magnitudes escalares y vectoriales**. Podemos aprovechar para relacionarlos con otro tipo de magnitudes estudiada en física y química, por ejemplo.

- Aprovechamos para enseñarles un video de animación donde de manera ocurren introducen el concepto de vector en una película animada:

### Vector -Gru, mi villano favorito-

Con estos incisos se pretende hacer un pequeño descanso a la vez que se capta otra vez la atención del alumno distraído. También se pueden emplear para hablar de las matemáticas en un contexto fuera del aula.

- Características de un vector: **Módulo, dirección y sentido.**
- Se harán ejercicios en la pizarra y se plantea alguno para que realicen ellos mismos. Aprovechamos para resolver las dudas de la sesión.

### **Actividad V1.2: Actividad de desarrollo**

1. Dados los puntos $P = (2, 2)$ , $Q = (1, 0)$ y $R = (-2, 3)$ y los vectores $\vec{v} = (1, -1)$ , $\vec{w} = (0, -2)$ calcula, indicando si el resultado es punto o vector:				
a) $\vec{QP}$	b) $3\vec{v} - 2\vec{w}$	c) $\vec{v} - \vec{RP}$	d) $P + \vec{v}$	e) $R + \vec{PQ} + \vec{w}$
2. Dados tres puntos genéricos, $P = (p_1, p_2)$ , $Q = (q_1, q_2)$ y $R = (r_1, r_2)$ , demuestra:				
a) $\vec{PQ} + \vec{QR} = \vec{PR}$	b) $\vec{PQ} = (-1)\vec{QP}$	c) $\vec{PP} = \vec{0}$	d) $\vec{PQ} + \vec{PQ} = 2\vec{PQ}$	

En los últimos minutos de la sesión se propone un trabajo a los alumnos. Este trabajo debe tener relación con la temática de clase. En el caso de esta unidad trabajaremos el tema de la Historia de las Matemáticas. De esta manera ampliamos los objetivos marcados en el currículo, ésta es una actividad de ampliación. El objetivo de estos trabajos es doble:

- por una parte fomentar el interés y el trabajo individual según la capacidad de cada alumno, por lo que se da un margen tan amplio de 300 a 1000 palabras en su redacción. Así cada alumno podrá involucrarse según su nivel y aptitud.
- Por otra parte, intentar introducir en el aula el modelo pedagógico de **flipped classroom**. Fomentamos la responsabilidad de su aprendizaje

y su automotivación frente al trabajo propuesto. El trabajo será comentado y expuesto a los compañeros en grupos de 4 o 5 alumnos. Por lo que tendrán que buscar información y elaborar un resumen para explicarlo posteriormente.

*\*De este tipo de ejercicios hablaremos en el proyecto de innovación, pues se tendrán en cuenta a la hora de sumar puntos en la economía de fichas propuesta.*

### **Actividad V1.3: Actividad de ampliación**

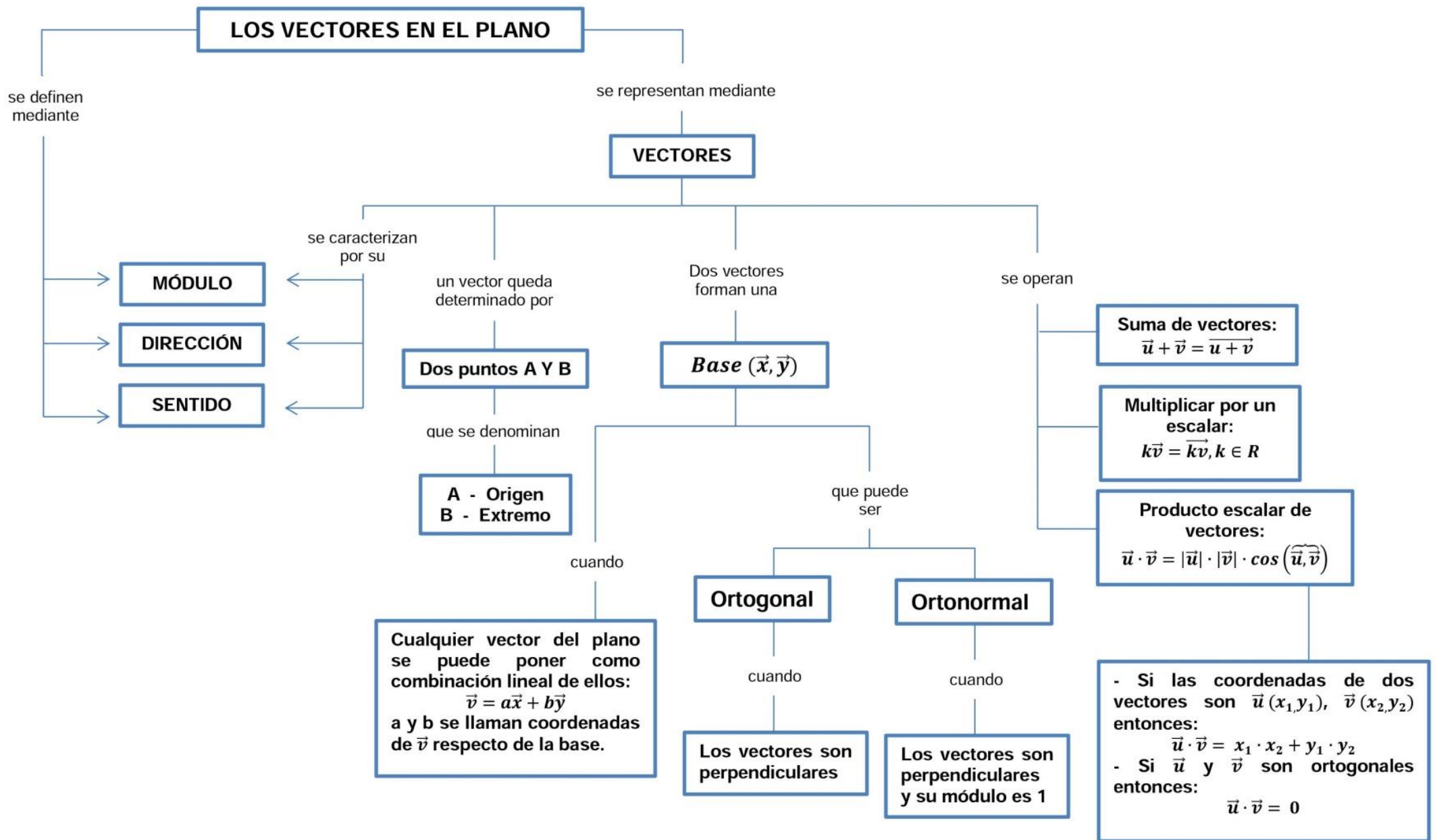
*Se propone un trabajo para entregar y comentar en clase sobre Historia de las Matemáticas.*

*Pequeño resumen con un mínimo de 300 palabras y un máximo de 1000. El trabajo versará sobre René Descartes y Pierre de Fermat en relación con la geometría.*

## **SESIÓN V2**

En esta sesión nos dedicaríamos a reforzar los conceptos teóricos que vimos en la sesión anterior, y a introducir otros conceptos nuevos. Aprovecharemos para mostrarles el mapa conceptual de la unidad, una vez que ya conocen lo que es un vector y algunas de sus características. Los mapas conceptuales son herramientas gráficas para organizar y representar conocimientos; permiten que los alumnos detecten sus errores conceptuales o relaciones inadecuadas que forman parte de su estructura cognitiva.

- Se repasa la sesión anterior apoyándonos en el mapa conceptual de la siguiente página. Este mapa se hará entrega a cada uno de los alumnos para ayudarles en su estudio y como ejemplo para futuros trabajos en los que sean ellos mismos quienes elaboren los mapas conceptuales.

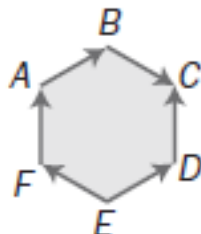


*Figura 2. Mapa conceptual de la unidad didáctica Los Vectores en el plano.*

- Repaso de la sesión anterior y se comienza a explicar los diferentes **tipos de vectores**: equipolente, libre, fijo, unitario, opuesto, de posición.

### **Actividad V2.1: Actividad de desarrollo.**

-En el hexágono regular de la figura, indica que vectores son equipolentes:



-Dado el vector  $\vec{u} = (2, -1)$ , determina los vectores equipolentes a  $\vec{u}$ ,  $\overrightarrow{AB}$  y  $\overrightarrow{CD}$ , sabiendo que A (1, -3) Y D (2,0).

-Calcula el valor de m y n para que los vectores  $\vec{u} = (\frac{1}{2}, m)$  y  $\vec{v} = (\frac{\sqrt{2}}{2}, n)$  sean unitarios.

### **Actividad V2.2: Actividad de consolidación.**

Para repasar también se pueden realizar los test online de la página de vitutor:

[Vitutor: ejercicios con vectores.](#)

- **Base canónica de  $V^2$ .** Coordenadas de un vector libre. Se explica y se resuelven algunos conceptos.

### **Actividad V2.2: Actividad de desarrollo.**

-Expresar los vectores en función de  $\vec{i}$  y  $\vec{j}$  y dar sus coordenadas:

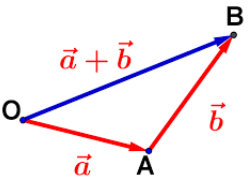
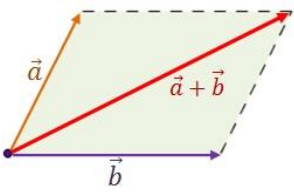
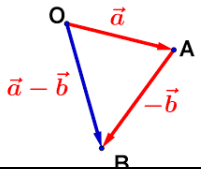
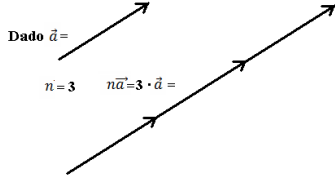
Ejemplo:  $\vec{a} = 5\vec{i} \rightarrow \vec{a} = (5, 0)$

-¿Cuáles son las coordenadas de los vectores  $\vec{i}$  y  $\vec{j}$  respecto a la base canónica  $B = \{\vec{i}, \vec{j}\}$ ?

## SESIÓN V3

- **Operaciones con vectores libre:** Suma y resta de vectores. Producto de un número real por un vector. Esta clase se impartirá en el aula de ordenadores.

Primero se explicará las operaciones con vectores en la pizarra y ayudada por un proyector les muestro algunas figuras, como las de la siguiente tabla, para apoyar la explicación. Se explican las propiedades de estas operaciones.

Para <b>sumar dos vectores libres</b> , se escogen como representantes dos vectores libres tales que el <b>extremo</b> de uno coincida con el <b>origen</b> del otro vector.	
Se toman como representantes dos vectores con el <b>origen en común</b> , se trazan <b>rectas paralelas</b> a los vectores obteniéndose un <b>paralelogramo</b> cuya <b>diagonal</b> coincide con la suma de los vectores	
Para <b>restar dos vectores libres</b> $\vec{a}$ , y $\vec{b}$ , se suma $\vec{a}$ con el <b>opuesto</b> de $\vec{b}$ .	
El <b>producto de un número K</b> por un vector $\vec{u}$ es otro vector: -De igual dirección que el vector $\vec{u}$ . -Del mismo sentido que el vector $\vec{u}$ si K es positivo. -De sentido contrario del vector $\vec{u}$ si K es negativo. -De módulo: $ k  \cdot  \vec{u} $	

- Tras la explicación comenzaremos con el programa GeoGebra. Se hace una introducción previa puesto que puede haber alumnos que ya hayan utilizado el programa y otros no.

Se propone la resolución de problemas tanto en el cuaderno de clase como en GeoGebra. Los trabajos realizados con el programa en la hora de clase deberán enviarse por correo al profesor para corregirlos y tener constancia de que se han entendido las explicaciones.

### **Actividad V 3.1: Actividad de desarrollo.**

Se utilizan algunos de los recursos que se proponen en la propia página de GeoGebra.

<https://www.geogebra.org/m/zN9YVdJG>

<https://www.geogebra.org/m/ahzpbFes>

Resolución de ejercicios de sumas, restas y producto de un número por un vector:

<https://www.geogebra.org/m/MRHuaWUH>

<https://www.geogebra.org/m/YbCh4hf4>

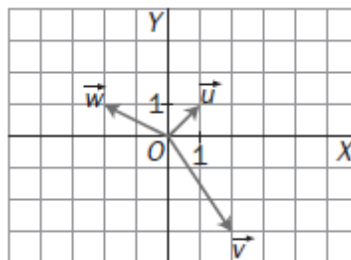
### **Actividad V3.2: Actividad de consolidación.**

-Dados los vectores  $\vec{u} = (-4, 2)$ ,  $\vec{v} = (0, -3)$  y  $\vec{w} = (-3, 3)$ . Halla:

- |                        |                          |                                      |  |
|------------------------|--------------------------|--------------------------------------|--|
| a) $\vec{u} + \vec{v}$ | c) $5\vec{u} - 3\vec{v}$ | e) $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$     | g) $ \vec{u} ,  \vec{v} ,  \vec{u} + \vec{v} $ |
| b) $4\vec{u}$          | d) $-2\vec{v}$           | f) $3\vec{u} - (5\vec{v} + \vec{w})$ | h) $\vec{u} + (2\vec{v} + 3\vec{w})$           |

-A partir de los vectores  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  y  $\vec{w}$  representados en la figura, calcula:

- |                        |                                      |
|------------------------|--------------------------------------|
| a) $\vec{u} + \vec{v}$ | c) $-\vec{u} + 2\vec{w}$             |
| b) $3\vec{v}$          | d) $2[\vec{u} + \vec{v}] - 3\vec{w}$ |



## SESIÓN V4

- Repasaremos lo visto en la clase anterior y realizaremos un ejercicio sobre **vectores paralelos**, aunando lo aprendido y en el que iremos introduciendo nociones de la siguiente unidad.

### Dos vectores son paralelos si tienen la misma dirección.

Si la primera componente es no nula,  $\vec{v} = (v_1, v_2)$  es paralelo a

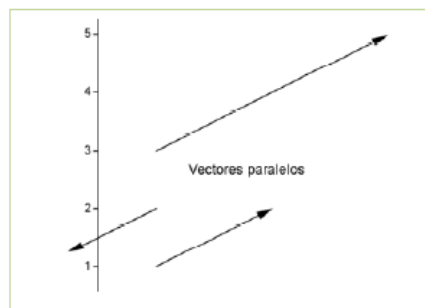
$$\vec{w} = (w_1, w_2) \text{ si (y sólo si) } m = \frac{v_2}{v_1} = \frac{w_2}{w_1}.$$

Así, los vectores  $(1, 2)$ ,  $(3, 6)$  y  $(-2, -4)$  son paralelos, pues todos tienen la misma pendiente ( $m = 2$ ).

Existe otra manera equivalente de definir vectores paralelos que evita el problema de que sea  $v_1 = 0$ . Volvamos a la

ecuación de la pendiente  $m = \frac{v_2}{v_1} = \frac{w_2}{w_1}$ . Dividiendo en cruz

tenemos  $\frac{v_2}{w_2} = \frac{v_1}{w_1}$ . Si llamamos  $k$  a este valor común, es decir,  $k = \frac{v_2}{w_2} = \frac{v_1}{w_1}$  tenemos  $v_2 = kw_2$  y  $v_1 = kw_1$  o, lo que es lo mismo,  $\vec{v} = k\vec{w}$



### Dos vectores son paralelos si uno es múltiplo del otro: $\vec{v} = k\vec{u}$

- **Producto Escalar.** Cálculo de ángulos.

Trabajaremos con esta temática durante dos sesiones. Se repartirá al alumno la hoja de ejercicios propuestos para este tema por el libro de Marea Verde que, como se ha comentado en la metodología, es el libro que seguimos para el desarrollo de las unidades didácticas.

En la esta sesión se explicará que es el producto escalar, su interpretación geométrica y sus propiedades. Se propondrán algunos ejercicios, tanto para hacer en clase como en casa.

*\*Todos los ejercicios que el alumno realice en su casa y entregue al profesor tendrán una recompensa en función de su tipología, según se explicará en el trabajo de innovación.*



#### **Actividad V4.1: Actividad de desarrollo.**

-Considerando tres vectores genéricos  $\vec{u} = (u_1, u_2)$ ,  $v = (v_1, v_2)$  y  $\vec{w} = (w_1, w_2)$  así como un escalar genérico  $k$ . Demuestras las propiedades del producto escalar.

-Hallar la proyección del vector  $\vec{u} = (2, 1)$  sobre el vector  $\vec{v} = (-3, 4)$

-Dado el vector  $\vec{v} = \vec{i} + 3\vec{j}$ , interpretar geométricamente los productos escalares  $\vec{v} \cdot \vec{i}$  y  $\vec{v} \cdot \vec{j}$ . Relaciona estos productos con el cuadrado del módulo del vector  $\vec{v}$ .

#### **Actividad V4.2: Actividad de consolidación.**

Hoja de ejercicios Marea Verde: Ejercicio 3

### **SESIÓN V5**

- Continuamos con el **producto escalar y el cálculo de ángulos**.  
Se repasará qué era el producto escalar y sus propiedades y se explicará cómo calcular el ángulo de dos vectores.

#### **Actividad V5.1: Actividad de desarrollo.**

-Calcula todos los lados y ángulos de un triángulo  $A=(1, 2)$ ,  $B=(4, 2)$  y  $C=(5, 5)$

- Se propone que hagan el ejercicio 5 de la hoja de ejercicios que es la continuación del ejercicio anterior.

- Para animar un poco a la clase después de las horas teóricas anteriores, se propone a los alumnos participar en un Kahoot. Hay algunos test ya hechos o se puede elaborar. En el siguiente enlace se puede ver uno realizado por mí.

[Test Kahoot](#)

### **Actividad V5.2: Actividad de consolidación.**

Se propondrá a los alumnos realizar los siguientes ejercicios de la hoja de ejercicios: 6, 7, 8, 9, 10 y 11. El tiempo restante de la clase se dedicará a hacer estos ejercicios y preguntar dudas. Lo que no de tiempo quedará como tarea para casa.

## **SESIÓN V6**

- **Vectores perpendiculares. Bases ortogonales y ortonormales.**

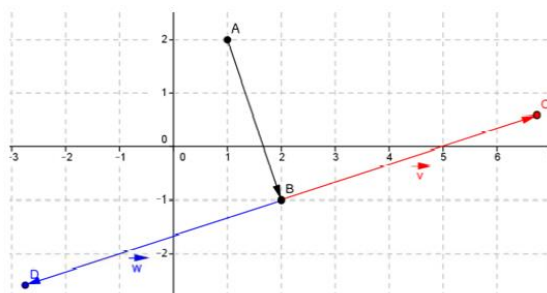
### **Actividad V6.1: Actividad de desarrollo.**

-¿Son los siguientes pares de vectores una base ortogonal?

A.  $\overrightarrow{(1, 2)}$  y  $\overrightarrow{(1, -2)}$ .    B.  $\overrightarrow{(1, -2)}$  y  $\overrightarrow{(2, 1)}$     C.  $\overrightarrow{(0, 1)}$  y  $\overrightarrow{(100, 0)}$     D.  $\overrightarrow{(1, 0)}$  y  $\overrightarrow{(0, 0)}$

-Calcula un vector que forme con  $\overrightarrow{(1, 4)}$  una base ortogonal.

-Un barco está en el punto  $A = (1, 2)$  y se mueve hacia el punto  $B = (2, -1)$ . Las unidades son millas náuticas. Cuando llega al punto B le avisan que gire 90 grados en el sentido de las agujas del reloj y se mueva 5 millas. ¿En qué punto está el barco después de moverse?



- Se dejará los últimos 25 minutos de clase para realizar el trabajo de ampliación propuesto en la primera sesión sobre **René Descartes y Pierre de Fermat** en relación con la geometría. Después de todo lo visto en esta semana sobre los vectores y la geometría plana deberían poder comentar con algo más de profundidad el trabajo propuesto.

En grupos de 4 o 5 alumnos, cada uno comentará su trabajo, lo que ha aprendido sobre el tema, las dificultades que ha encontrado en su elaboración, las curiosidades que ha descubierto, etc. Mientras el resto de compañeros del grupo podrá aportar nuevas ideas o preguntar las dudas que le surjan.

Al final de la clase los alumnos deben entregar su trabajo al profesor en DINA4. Además de para su corrección, también servirá a los alumnos como apoyo cuando tengan que comentar su trabajo al resto del grupo.

## **SESIÓN V7**

- **Sesión de ejercicios y repaso.** Por parejas realizarán los ejercicios propuestos en la hoja de ejercicios. Los alumnos se irán ayudando unos a otros con ayuda del profesor si fuese necesario.

### **Actividad v7.1: Actividad de consolidación**

*Esta será una sesión de repaso de los ejercicios que se propusieron en su día y del resto de ejercicios propuestos en la hoja de ejercicios, que son: 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 y 20.*

### **3.8. Atención a la diversidad**

Con la finalidad de garantizar la integración de todo el alumnado se proponen distintas actividades según el nivel de los estudiantes. Distinguiremos entre **actividades de refuerzo y de ampliación**.

Una vía para llegar a conocer el nivel real de cada alumno respecto al resto de sus compañeros es plantear problemas con distintas dificultades y analizar los resultados. De este modo se conseguiría adaptar los contenidos y las actividades a los conocimientos de la clase.

Como el periodo de prácticas no es lo suficientemente extenso como para conocer y adaptar las actividades a cada alumno, he optado por elaborar de manera general unas actividades de refuerzo y otras de ampliación.

Para adaptar los contenidos a los alumnos con más dificultades, se propondrán la realización de unas hojas de ejercicios básicos y sencillos. Son actividades de desarrollo, enfocadas principalmente a que los alumnos interioricen los conceptos básicos explicados en clase.

Se animará a realizarlos a los alumnos con más dificultades. Además, para éstos explicaré de manera individualizada dentro del aula siempre que sea posible.

Estas hojas de ejercicios se han adjuntado como ANEXO III

Para motivar al alumnado se ha propuesto un trabajo de ampliación para la unidad. Con esta actividad se pretende ampliar los objetivos marcados en el currículo y evitar la pérdida de interés de los alumnos más aventajados.

En realidad esta actividad se propone para todo la clase, aunque con algún matiz. Pretendo fomentar el interés y el trabajo individual según la capacidad de cada alumno, por lo que se dará un margen muy amplio (de 300 a 1000 palabras) en su redacción. Así cada alumno podrá involucrarse según su nivel y aptitud.

El trabajo consistirá en la elaboración de un informe, redacción, resumen, esquema, etc. sobre un tema en concreto propuesto por mí, y con relación directa o indirecta al tema de la unidad que se está tratando. En el apartado de temporalización de la Unidad Didáctica se detalla el tema del trabajo.

Por otra parte, se intenta introducir en el aula el modelo pedagógico de **flipped classroom**. De esta manera también fomentamos la responsabilidad

de su aprendizaje y su automotivación frente al trabajo propuesto. Además el trabajo será comentado y expuesto a los compañeros en grupos de 4 o 5 alumnos. A la hora de trabajar en equipos, se intentará que los grupos sean lo más heterogéneos posibles, de este modo los alumnos podrán ayudarse entre sí dependiendo de las capacidades de cada uno.

### **3.9. Materiales y recursos de apoyo a la docencia.**

El libro de texto seguido es:

- Matemáticas I. 1º de Bachillerato académicas. Textos Marea Verde.

Se dispondrá de un banco de ejercicios y problemas preparados por mí y hojas de ejercicios propuestos por el Libro de texto de Marea Verde.

El uso de calculadora por parte de los alumnos en esta unidad será prácticamente innecesario. Pero sí que es necesario que los alumnos cuenten con una regla enumerada para dibujar algunas rectas y ejes en su cuaderno.

A lo largo de la unidad se realizará una sesión en el aula de informática, donde cada alumno contará con un ordenador. El objetivo de estas sesión es aprender a hacer construcciones geométricas básicas con el programa de GeoGebra.

Durante las sesiones también se dispondrá de material interactivo online para que los alumnos puedan afianzar y comprobar sus conocimientos. En concreto se proporcionan varios enlaces de páginas para consultar, como apoyo con el programa GeoGebra, autoevaluación online, Kahoot, etc

### **3.10. Evaluación**

Para la evaluación se tendrán en cuenta dos actividades. Éstas reflejarán el aprendizaje de los alumnos. Ya en el apartado de criterios de evaluación se expuso las capacidades que se iban a valorar y que los alumnos deben lograr. Por tanto, la evaluación debe ser acorde a estos criterios.

**EDUKTAN-ECONOMÍA DE FICHAS.** Se explicará la evaluación de este punto con más detenimiento en el siguiente Capítulo.

Esta parte tendrá un valor del 30% sobre la nota final de evaluación.

**EXAMEN:** Se realiza una prueba escrita al finalizar la segunda unidad didáctica que impartí en las prácticas, La recta en el plano. La puntuación de la prueba será sobre 10.

La nota total será un cómputo de los resultados obtenidos en EduKtan y el examen. Esta nota se tendrá en cuenta por el profesor para su evaluación continua.

- **EduKtan: 30%**
- **Examen: 70%**

**MI EVALUACIÓN:**

El objetivo es valorar el ajuste entre las sesiones programadas y su aplicación en el aula. Además se tendrán en cuenta los resultados obtenidos por los alumnos, si estos son demasiado buenos o demasiado malos habrá que estudiar cuales han sido las causas.

	SI	NO	Observaciones
1. Se ha respetado la distribución temporal de los contenidos por evaluaciones.			
2. Se ha aplicado la metodología didáctica programada.			
3. Si has tenido en cuenta los conocimientos y aprendizajes básicos necesarios para aprobar la materia			
4. Se ha aplicado los procedimientos de evaluación programados y se han ajustado a los criterios de calificación.			
5. Se han aplicado medidas de atención a la diversidad a los alumnos que las han requerido.			
6. Se han llevado a cabo medidas de refuerzo educativo dirigidas a los alumnos que presentaban dificultades de aprendizaje.			
7. Se han puesto en práctica medidas para estimular el interés y apreciación de la utilidad de la estadística.			
8. Se han utilizado los materiales y recursos didácticos programados.			

#### **4. REFLEXIONES Y CONCLUSIONES**

Como ya he comentado anteriormente realicé mis prácticas en el I.E.S Inventor Cosme García en el turno vespertino. Debido a mi trabajo tuve que elegir este tipo de prácticas aunque mi tutor no impartiese la materia en la que se especializaba mi máster, que es Matemáticas.

Mi tutor fue David Herreros Malillos profesor del Grado Superior de Diseño en Fabricación Mecánica. Asistía a sus clases en el aula y le acompañaba en sus horas libres donde me explicaba las diversas tareas de profesor; corrección de exámenes, preparación de ejercicios, etc.

En general la dificultad que encontré en el periodo de mis prácticas fue que tanto las asignaturas a las que asistía con mi tutor, como las clases de matemáticas que tuve que impartir no son de mi especialidad. En el caso de la Unidad Didáctica de Matemáticas que tuve que preparar, me supuso un esfuerzo muy grande recordar y poner en práctica el temario. También tenía el hándicap de estar impartiendo a una clase de nivel de primero de Bachillerato, ya que el dominio de la materia requerido es mayor que si hubiese sido en el primer ciclo de secundaria, donde habría estado más cómoda en las explicaciones.

Como parte positiva decir que el ambiente con el tutor y el resto de profesores era muy bueno. Todos se reunían en la sala de profesores y allí hubo muchas charlas con otros profesores y alumnas en prácticas como yo, donde también pude aprender mucho sobre diferentes ventajas o problemáticas del mundo de la educación.

Por otra parte, eché en falta tener la oportunidad de enfrentarme a un aula de secundaria. En las clases que asistía los grupos eran muy pequeños y todos mayores de 18 años. Estaban ahí por propia voluntad, lo que hacía que su interés y disposición en la clase fuese muy bueno.

Por mi experiencia con grupos de secundaria en exposiciones o charlas cuando salen de excursión he podido notar que su comportamiento no es el mismo que los alumnos que me he encontrado en el Cosme. Por ello, pienso que si hubiese sido posible la asistencia a alguna clase de secundaria me habría gustado participar.

## **CAPÍTULO III**

### **1. INTRODUCCIÓN**

Aprender a través de los juegos no es un concepto que se considere nuevo. Es la manera que tienen la mayoría de los mamíferos de aprender del mundo que les rodea. Tanto la educación como la psicología han demostrado que los niños actúan de la misma manera, adquiriendo las habilidades necesarias para sobrevivir física, mental y emocionalmente. Los niños experimentan desde el primer momento en que sus sentidos se encienden. Ellos huelen, prueban y tocan.

La pregunta que trasciende aquí es, ¿por qué al llegar a cierta edad se interrumpe el aprendizaje infantil mediante juegos? El aprender se vuelve un tema demasiado serio y jugar pasa a ser algo más frívolo, como una forma solo de entretenimiento y no de aprendizaje.

Los profesores no solo deciden cual es el momento de que el aprendizaje se vuelva serio, sino que también lo gestionan. Las lecciones se vuelven rutinarias, los exámenes están estandarizados, el fallo se penaliza con un insuficiente, siendo finalmente la manera de medir el conocimiento más importante que el conocimiento en cuestión.

En este ámbito de volver al germen de la enseñanza, la Gamificación se postula como una solución válida y presumiblemente aplicable en cualquier asignatura y para cualquier edad. Si se busca en internet sobre la Gamificación se observará que se ofrece esta nueva técnica a profesionales que buscan maneras innovadoras para motivar y mejorar en sus negocios o su carrera profesional. Su aplicación en diferentes entornos ha mostrado mejoras sustanciales en el rendimiento de la persona.

La **Gamificación**, por tanto, se define como la aplicación de recursos de los juegos (diseño, dinámicas, elementos, etc.) en contextos no lúdicos para modificar comportamientos de los individuos mediante acciones sobre su motivación. (Teixes, 2014)



## **2. JUSTIFICACIÓN DEL TRABAJO**

El problema que hay en la materia de Matemáticas viene evidenciado por el porcentaje de fracaso en esta asignatura. Según muestra el informe PISA 2015 del Ministerio de Educación en la competencia Matemática en España; los niveles más bajos en el rendimiento (nivel menor que 1 y nivel 1) alcanza un 22,2 % del alumnado, mientras que los más altos (niveles 5 y 6) se sitúan en un 7,2%.

Es un problema importante el cual se debe analizar e intentar ponerle solución cuanto antes. Hay diversos factores que pueden señalarse como causantes o coadyuvantes de semejante estado, pero son muchos los autores que inciden en la importancia de la motivación para el aprendizaje de las matemáticas.

El aprendizaje varía en función de los diferentes grados o niveles de motivación del alumno, por lo que cabe deducir que ambos aspectos están íntimamente relacionados. Lo cognitivo va entonces intrínsecamente unido a lo emocional. (Weiner, 1985). Se trata, por tanto, de aprovechar esa relación para propiciar un aprendizaje significativo que tenga en cuenta: el interés, afán de superación, afición, las competencias adquiridas, habilidades, etc. por parte del alumno. Estos factores entre otros ayudan a construir la motivación en el aprendizaje.

Ya hemos mencionado en la introducción que la Gamificación es la aplicación de los elementos propios de los juegos en contextos no lúdicos, para poder influir en los comportamientos de las personas a partir del estímulo de su motivación. Por tanto, se ha elegido esta metodología para promover la motivación en nuestra aula.

Por otro lado, la Gamificación tampoco debe confundirse con hacer de cualquier cosa un juego. Se trata de utilizar los principales elementos definitorios de éstos en sistemas destinados a cambiar, principalmente, conductas.

Esta Gamificación en concreto está basada en un sistema de Economía de Fichas, al cual se ha adaptado el juego de mesa denominado Catán.

### 3. MARCO TEÓRICO

Se va a poner en práctica una Economía de Fichas en el aula, para ello se utilizará un contexto gamificado. A continuación se comenta brevemente las particularidades de cada una de estas técnicas.

#### 3.1. Gamificación

Es a partir de 2010 cuando empieza a usarse el término Gamificación de manera general, diversos autores comienzan a definirla como el uso de elementos propios del diseño de juegos en contextos no lúdicos. Esto hace que la Gamificación sea un conjunto de mecánicas y estrategias, con el fin de buscar la motivación, la concentración y captar la atención de los alumnos, además de beneficiar el trabajo cooperativo y el trabajo en equipo.

Como se ha dicho antes la Gamificación no debe confundirse con el juego. En la siguiente tabla se establecen las principales diferencias entre la Gamificación y los juegos:

JUEGO	GAMIFICACIÓN
El objetivo principal es entretener	El objetivo principal es animar.
La diversión como fin principal	La diversión como excusa para lograr un objetivo
Tiene reglas definidas y objetivos	Debe haber una serie de actividades con puntos o algún tipo de recompensa.
Existe la posibilidad de perder	Perder puede ser o no posible porque el uso de los puntos es para motivar a la gente a realizar una actividad
A veces solo por jugar el juego recompensa intrínsecamente	Las recompensas intrínsecas son opcionales
El contenido suele modificarse para adaptarse a la historia y las escenas del juego.	Las nuevas características se añaden sin tener que realizar modificaciones sustanciales al contenido.

Tabla 2: Diferencias entre un juego y la Gamificación.

Muchos son los autores que nos hablan sobre Gamificación durante los últimos años, Karl M. Kapp, Gabe Zichermann o Ferran Teixeis son algunos de ellos. Si buscamos aspectos comunes en las definiciones que estos autores nos dan sobre la Gamificación, se podrían encontrar las siguientes partes:

1. Aplicación de recursos de los juegos: Los principios de los juegos como la competición, ganar, el hecho de estar jugando, los premios o recompensas nos producen sensación de satisfacción. Por ello en la Gamificación debemos utilizar los elementos propios de los juegos que lo hacen atractivo.
2. En contextos no lúdicos: La Gamificación, como ya he comentado antes, sirve para conseguir objetivos en distintos ámbitos de actuación, en nuestro caso la educación. Por lo que los jugadores no están ahí para escaparse de su labor cotidiana a un mundo de utopía; están ahí para implicarse más activamente.
3. Para modificar los comportamientos de los individuos: El objetivo último de la Gamificación es conseguir que los jugadores realicen unas conductas en relación a nuestros objetivos. Como se comentará más adelante, el objetivo de este proyecto es fomentar la motivación y con ello conseguir una mejora en el nivel Matemático del alumno.
4. Actuando sobre su motivación: Para lograr un cambio en el comportamiento, debemos incidir directamente sobre la motivación de los jugadores. Existen dos tipos de motivaciones que debemos potenciar: la intrínseca y la extrínseca. No obstante, si lo que queremos es que los resultados que se obtengan puedan mantenerse en el tiempo y sean consistentes, deberemos actuar con mayor fuerza sobre la intrínseca. (Pink, 2011)
5. Para la consecución de objetivos concretos. Debemos diseñar un sistema para obtener unos resultados concretos. Los resultados que queramos obtener deben de quedar claros a los jugadores, en este caso a los alumnos.

### **3.2. Economía de fichas**

Existe interés por parte de un buen docente de no solo enseñar contenidos en el aula, sino cargar esos contenidos de valores y transmitir diferentes formas de comportamientos y conductas deseables. Aunque los profesores se encuentran con diversas barreras a la hora de llevar a cabo esta misión, como por ejemplo el número de alumnos que hay dentro del aula o la dificultad de emplear los refuerzos y castigos de forma equitativa dentro de un grupo.

La economía de fichas supone una ayuda eficaz para la resolución de este tipo de obstáculos, ya que consiste en una serie de procedimientos dirigidos a establecer un control estricto sobre un ambiente determinado, para de esa forma controlar las conductas de una persona o grupo de personas. (Labrador, Larroy, & Cruzado, 2004)

Así, la Economía de Fichas es una herramienta para tratar de modificar la conducta del individuo o para garantizar el aprendizaje de conductas deseadas, para ello se entregan fichas con un carácter positivo como refuerzo inmediato ante una respuesta del individuo contenida en los objetivos señalizados en la aplicación de la técnica. Así, si el alumno realiza una acción esperada, el docente le podrá premiar. El alumno asociará este tipo de respuesta con algo bueno o con algo con lo que sale beneficiado, por lo que le interesa adquirir ese tipo de actitudes o respuestas. La bonificación o el premio puede ser cualquier objeto al que entre todo el grupo se le debe otorgar valor.

¿Por qué es tan importante “la ficha” en este sistema? La importancia de la ficha reside en que es un reforzador artificial generalizado por el grupo y completamente controlable por el profesor. Además estos reforzadores deben ser intercambiables por reforzadores naturales, en este caso la nota en la asignatura de Matemáticas.

En realidad no tienen por qué ser fichas, pueden ser cruces en un cuadro o monedas inventadas. En el presente proyecto de innovación, serán tarjetas de materias primas lo que reciban los alumnos a cambio de sus respuestas positivas (entrega de ejercicios).

Los reforzadores o fichas deben ser contingentes a la emisión de la conducta que se desea incrementar o mantener. Esto quiere decir en nuestro caso, que la entrega de los ejercicios por parte de los alumnos y la retribución

de sus cartas de materias primas debe tener siempre una relación justa y constante.

El tiempo transcurrido entre la respuesta positiva de los alumnos y el reforzador artificial debe ser lo más inmediata posible. Para que el sistema tenga validez y sea adoptado por los alumnos debemos de facilitar feedback inmediatamente después de realizar la acción. Si dejamos que pase más tiempo, el alumno puede llegar a no asociar la bonificación con la acción que se ha realizado. De esta manera el alumno no tendrá que esperar a un examen final para ver el resultado de su trabajo, sino que periódicamente se le entregaran los reforzadores artificiales (tarjetas de materia prima) tras la entrega de las actividades/ejercicios o trabajos.

Para el desarrollo e implantación de un programa de economía de fichas se requieren tres fases (Labrador, Larroy, & Cruzado, 2004):

1. **Fase de muestreo o establecimiento de la ficha como reforzador generalizado**: en esta fase es necesario generar un valor simbólico de la ficha, que sea conocido, aceptado y generalizado por todo el grupo.
2. **Fase de establecimiento del programa**: en esta fase se entregan las fichas en función de las actitudes o conductas que se quieren reforzar y establecer de forma permanente en el individuo. Los alumnos deben de saber en todo momento el valor de los intercambios, es decir el precio que tienen cada intercambio. Conviene que los alumnos tengan a su disposición las tablas con la información sobre cómo se reforzará cada conducta. En el caso del EduKtan los intercambios de ejercicios por materias primas, el intercambio de éstas por infraestructuras, y el de las infraestructuras por la nota final.  
  
Las conductas que se quieran premiar han de especificarse de manera precisa y concreta, de forma que requiera en mínimo de interpretación tanto de la persona encargada de entregar la ficha como del que va a recibirla.

3. **Finalización del programa**: los sistemas de economía de fichas tienen una caducidad, esta es cuando los alumnos ya han adquirido las conductas deseables en su vida ordinaria y en su día a día. No debemos dejar de reforzar de manera abrupta, la retirada de las fichas se debe hacer progresivamente sustituyéndola por los reforzadores oportunos, en este caso la puntuación en la nota.

En el apartado de metodología se desarrollan estas tres fases, describiendo punto por punto cada una de ellas. Es importante el estricto control sobre cada uno de los elementos que componen este sistema para que su aplicación sea exitosa.

### **3.3. Gamificación de la economía de fichas**

Tras la breve introducción en el tema de la Gamificación y la economía de fichas puede notarse que hay una serie de características comunes entre ambos sistemas, estos son los que queremos destacar y utilizar para que aunándolos en uno consigamos un porcentaje de éxito mayor.

Es cierto que queremos controlar una conducta de nuestros alumnos, esta pudiera ser la de realizar las actividades, ejercicios o trabajos de la asignatura de Matemáticas para conseguir unos buenos resultados. Esto se podría hacer con una simple tabla donde iríamos colocando las fichas obtenidas por la entrega de ejercicios e intercambiándolas por valores en su nota.

Podemos utilizar la descripción de párrafo anterior como fondo y breve resumen del proyecto, y no estaríamos desencaminados. Pero hemos querido ir un poco más allá y marcarnos un objetivo aún mayor. Es aquí donde entra en juego la Gamificación. El objetivo máximo de la Gamificación como ya se ha explicado en el punto anterior es modificar comportamientos de los individuos mediante acciones sobre su motivación. Por lo tanto, no solo esperamos que el alumno cambie sus conductas por el simple hecho de la recompensa, como marca la economía de fichas, sino que debe ser su motivación e iniciativa la que despierte su interés por el aprendizaje de las Matemáticas.

#### **4. OBJETIVOS**

El objetivo general de este proyecto de innovación es motivar a los alumnos en el aula de matemáticas, ayudándonos para ello de un sistema de economía de fichas gamificado. Dentro de este objetivo general, los objetivos específicos planteados son:

- Poner en práctica nuevas maneras de trabajar en el aula con el objetivo de mejorar los rendimientos de los alumnos en matemáticas.
- Despertar el interés por el aprendizaje de las matemáticas y vincularlas con emociones positivas.
- Potenciar las habilidades basadas en el razonamiento matemático: estrategia, planificación, toma de decisiones, etc.
- Motivar la autonomía del alumno. Deben saber cuáles son sus capacidades y competencias y gestionar su trabajo para alcanzar sus objetivos.
- Reconocer y valorar la actividad lúdica como un recurso válido en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Además de los objetivos planteados también se trabajan otras capacidades de manera transversal, como es la interacción social, la competencia comunicativa y el aprender a aprender.

## **5. DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO**

En las siguientes páginas se describe la puesta en marcha del sistema de economía de fichas gamificado. Éste se basa en un conocido juego de estrategia – Los colonos de Catán – del cual se han recogido sus ideas principales.

### **5.1. Metodología**

Para la realización de las instrucciones del juego se han tenido en cuenta las tres fases en el desarrollo de un programa de economía de fichas que se describe en el libro (Labrador, Larroy, & Cruzado, 2004), además de apoyarnos en los apuntes de clase de la asignatura *-Aprendizaje y desarrollo de la personalidad-* del Máster de Profesorado.

#### **1. Fase de muestreo o establecimiento de la ficha como reforzador generalizado.**

- I. Establecimiento de la ficha. Se establece la ficha como refuerzo generalizado y se remarca el valor que tiene como objeto de intercambio. En esta primera fase se describen los tipos de fichas, se explicará claramente al alumno lo que significan las tarjetas de materias primas y las infraestructuras.
- II. - Es importante que se cambien por distintos reforzadores y no solo por uno. Por ello, habrá cinco materias primas diferentes y cada una de ellas tendrá un valor determinado a la hora de los intercambios para obtener infraestructuras.
- III. - Muestreo de las fichas: Existirá un Excel donde quedará registrada toda actividad. Dicho Excel será modificado y actualizado por el profesor. Además de un blog donde los alumnos podrán consultar sus logros y los de sus compañeros. Este tema se explicará con mayor precisión en el apartado de evaluación.



## 2. Fase de establecimiento del programa.

- I. Operacionalizar las conductas. Se deben explicar las tareas a realizar a los alumnos en términos claros y comprensibles. Éstas deben ser observables y registrables. Se determinará la cantidad de fichas que se obtendrán por realizar dichas tareas.

A continuación se muestra una tabla con los tipos de materias primas y con qué tipo de tareas se entregarán a los alumnos.

CONDUCTA	MATERIA PRIMA	CARTA
EJERCICIOS TEÓRICOS/ FUNDAMENTOS DEL TEMA  1 Madera por 3 ejercicios.	MADERA	
EJERCICIOS PRÁCTICOS / OPERACIONES  1 Ladrillo por 5 ejercicios.	LADRILLO	
PROBLEMAS /EJERCICIOS DE MAYOR NIVEL  1 Piedra por 3 ejercicios.	PIEDRA	
1 PIEDRA + 1 LADRILLO	OVEJA	
TRABAJO EXTRA	ESPIGA	

*Tabla 3. Tipos de materias primas y sus conductas asociadas.*

Los trabajos que se premiarán con la materia prima espiga podrán ser algunos de los que se proponen a continuación, o se puede introducir nuevos tipos de trabajos durante la evaluación, en función de la implicación de los alumnos. Estos trabajos extra pueden ser:

- Trabajos sobre Historia de las Matemáticas relacionadas con el tema.
- Crear y compartir mapas mentales o conceptuales.
- Exposiciones sobre conceptos de la Unidad Didáctica que ellos pueden explicar a sus compañeros, en lugar del profesor.
- Exposiciones de sus trabajos.
- ...

Se valorará mucho este tipo de trabajos en la evaluación ya que serán los que más promuevan el aprendizaje significativo del alumno. Por lo tanto sería injusto otorgar la carta espiga a un alumno que en su nivel ha hecho un excelente trabajo a otro que no haya invertido el tiempo suficiente en su

elaboración. Para evitar esto, el profesor tendrá que revisar el trabajo e indicarle las posibles correcciones tantas veces como crea oportuno. Cuando el profesor crea que el trabajo es correcto le entregará la carta de materia prima espiga al alumno.

En el caso de la Unidad Didáctica expuesta en el Capítulo II se propone a los alumnos realizar un trabajo para entregar y comentar en clase sobre Historia de las Matemáticas. Este trabajo será un resumen con un mínimo de 300 palabras y un máximo de 1000 y versará sobre René Descartes y Pierre de Fermat en relación con la geometría. Éste sería un ejemplo del tipo de trabajo a realizar si el alumno quiere obtener un carta de materia prima espiga.

En el ANEXO IV se exponen una serie ejemplos de ejercicios propuestos para el tema de mi Unidad Didáctica, *Los vectores en el plano*. Estos están ordenados y clasificados por tipos de materia prima.

Una vez visto los tipos de ejercicios y la cantidad que se intercambiará por cartas, se muestra una tabla con las materias primas que se deben pagar por las infraestructuras que se quieran construir.

<b>MATERIAS PRIMAS QUE SE DEBEN PAGAR POR LAS INFRAESTRUCTURAS</b>	
<b>CARRETERA</b> 	 + 
<b>POBLADO</b> 	 +  +2x  + 
<b>CIUDAD</b> 	3X  +2X  (SIEMPRE ENCIMA DE UN POBLADO)
<b>EDIFICIOS PÚBLICOS</b> 	<b>ACTITUD Y EN LA CLASE</b> (LO VALORÁ EL PROFESOR)

*Tabla 4. Materias primas que se deben pagar por las infraestructuras.*

Los edificios públicos los entregará el profesor en función de la implicación del alumno en la asignatura de matemáticas. Podrá entregar un máximo de 5 edificios públicos por evaluación. De esta manera también se podrá premiar al alumno que haya tenido interés y se haya visto motivado.

Por último se determina qué valor tendrá cada una de las infraestructuras conseguidas en la nota final de la evaluación.

CONMUTACIÓN DE INFRAESTRUCTURAS POR PUNTOS EN LA NOTAS	
CARRETERA 	0 ptos.
POBLADO 	0.3 ptos
CIUDAD 	0.9 ptos.
EDIFICIO PÚBLICO 	0.1 ptos.
Se hace saber a los alumnos qué la máxima puntuación que se podrá obtener con EduKtan es de <u>3 puntos</u> .	

*Tabla 5. Puntuación de las infraestructuras.*

- II. Establecimiento del sistema de fichas y sistema de cambio de fichas.  
Hay que determinar los momentos y frecuencias de entrega de fichas, quien se va a encargar de ello y donde se llevarán a cabo. En este caso el profesor debe ser el encargado en todo momento del control de las fichas. Se estimaran un periodo a la semana para el reparto de materias primas y el intercambio por infraestructuras.
- III. Se debe establecer un sistema de registro que permita conocer la tasa de ejercicios entregados, la cantidad de tarjetas de materias primas ganadas, y en que infraestructuras las emplean. Para ello se habilita un Excel y un blog, los cuales se detallarán en el apartado de evaluación.

### 3. Finalización del programa

Los requisitos a la hora de finalizar un sistema de economía de fichas deben ser:

- I. No dejar de reforzar de manera abrupta. El alumno podrá guardar materias primas no usadas en un trimestre para el siguiente, si se decide seguir con el sistema.

- II. Retirada progresiva de las fichas, en este caso de las tarjetas de materias primas. Las materias primas se intercambian por infraestructuras, y estas a su vez se convierten en notas.
- III. Se requiere un estricto control sobre el sistema. Para que los alumnos crean en él debe ser justo y no tener fallos en reparto de puntuaciones.

## 5.2. Temporalización

Este proyecto se pondrá en práctica bajo el siguiente contexto:

- Aula de instituto de 30 alumnos.
- Grupo de primero de Bachillerato de Ciencias.
- Para la asignatura de matemáticas.
- El nombre del juego es EduKtan. Está basado en los juegos clasificados como estratégicos.
- Está planteado para desarrollarse durante una evaluación, pero si el proyecto funcionase y tiene buena aceptación por parte de los alumnos, no habría ningún problema en continuarlo en las evaluaciones siguientes. Simplemente el alumno debería guardarse las fichas de materia prima que le sobraran de una evaluación para la siguiente.
- El planteamiento del juego debe hacerse los primeros días del curso.
- Se ha determinado oportuno que la consecución del juego tenga un valor tope de 30% sobre la nota final. Quedando así repartidas la puntuación total de la asignatura para la evaluación:

<b>CALIFICACIÓN TOTAL</b>	<b>100%</b>
Eduktan	<b>30%</b>
Pruebas escritas	<b>70%</b>

### **5.3. Puesta en marcha**

Como se ha comentado antes, al inicio del tema se hará entrega a los alumnos de las normas del juego. Se explicará pormenorizadamente cada detalle del juego para que sea asimilado por los alumnos. Esta parte es muy importante, pues serán ellos quienes decidirán durante la evaluación que ejercicios, actividades, problemas, trabajos, etc.; entregarán al profesor, o no, en función de las materias primas o infraestructuras que necesiten para conseguir la máxima nota. Aquí entra en juego la estrategia de cada alumno y la implicación o motivación que tenga por la asignatura, que es al fin y al cabo lo que se pretende fomentar con el EduKtan.

En el ANEXO V están las instrucciones de EduKtan tal y como se mostraran al alumno.

### **5.4. Sistema de evaluación**

A lo largo de la descripción de la metodología se ha ido mencionado las herramientas que se van a usar para llevar a cabo el control del EduKtan: un Excel y el blog.

En realidad los dos muestran los mismos resultados, pero se ha diseñado un sencillo blog para consultar los datos por varias razones:

- Fomentamos las tres “C”: Comunicación/Comunidad/Cooperación entre los alumnos del aula.
- Es un excelente medio para desarrollar la competencia digital.
- Fomentar la participación interactiva, los comentarios y el feedback que se produce en el blog permiten que se pueda generar un debate dentro y fuera del él. Los alumnos conocen los poblados de sus compañeros y sus cartas, así pueden generar mejores estrategias en el comercio interno (intercambio de materias primas entre ellos) con sus cartas, por ejemplo.
- Romper las restricciones de tiempo y espacio que impone el aula. No solo es un tema que se trata en el aula.

## REGISTRO EN UNA HOJA EXCEL.

Existirá una hoja Excel donde quedará registrada toda actividad. Dicho Excel será modificado y actualizado por el profesor.

Cada fila del Excel tendrá los datos relativos a un alumno: cartas de materias primas entregadas a cambio de ejercicios/problemas/trabajo, las edificaciones construidas, y el resultado de todo esto conmutado a nota final para la evaluación.

El Excel lo podrán consultar los alumnos en una entrada del blog, es público pero solo puede modificarlo el profesor. A continuación se muestra una imagen del Excel:

n°	Alumno	Madera	Ladrillo	Piedra	Espiga	Oveja	Carreteras	Poblados	Ciudades	Edif. Públicos	TOTAL
1		7	7	4	16						0
2											0
3							3				0,3
4			2								0
5											0
6								1			0,2
7											0
8											0
9											0
10											0
11											0

*Imagen 1. Captura de pantalla de la hoja Excel donde se registraran los datos del EduKtan.*

## BLOG DEL EDUKATAN

Se ha diseñado un sencillo blog con [blogspot.es](http://blogspot.es) en el que los alumnos podrán consultar el Excel del registro, las instrucciones del juego y además podrán husmear en las construcciones de las islas de sus compañeros y comentarlo.

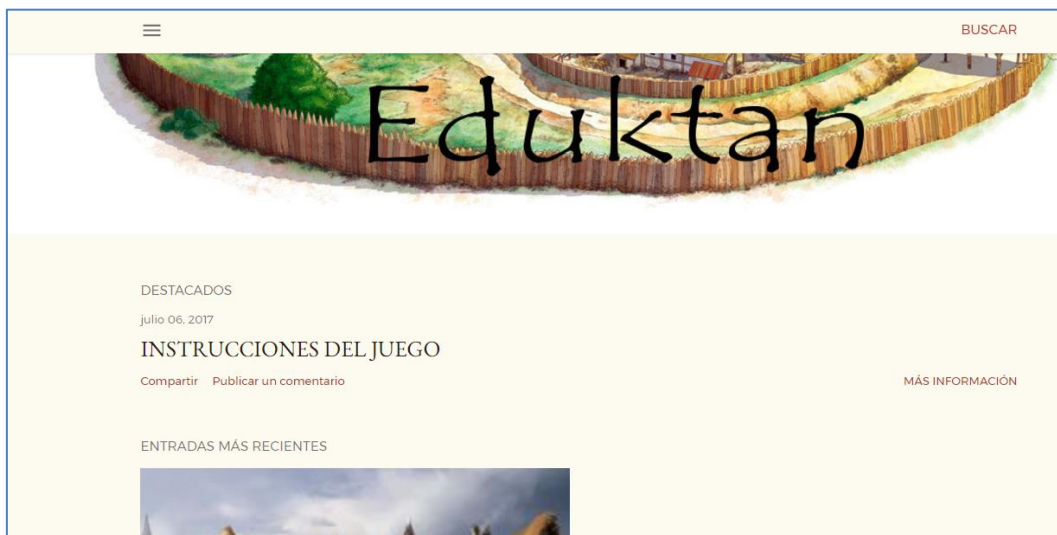
Se crearan una imagen google por cada alumno donde el profesor irá diseñando, a petición éste, el terreno de cada uno. En el Excel habrá un link en el nombre del alumno que te dirigirá a la porción de su terreno.

El blog también te permite crear una entrada por cada clase en la que se esté llevando a cabo en proyecto EduKtan.

En la siguiente hoja se muestra una imagen como ejemplo de un terreno de un alumno y la portada del blog.



*Imagen 2: Ejemplo de terreno con infraestructuras.*



*Imagen 3: Portada del blog de eduKtan*

Link del blog:

**EDUKTAN**

## **6. EVALUACIÓN DEL PROYECTO**

El proceso de evaluación es una parte vital en cualquier proyecto, ya que ayuda a reorientar y volver a planificar adecuadamente. En el caso del EduKtan su evaluación nos servirá para mejorar el sistema y adaptarlo para conseguir más aceptación por parte de los alumnos.

La evaluación nos sirve para conocer lo que opinan los alumnos sobre los procesos pedagógicos empleados, y si éstos han incidido en su aprendizaje, permitiendo reorientarlos.

Hay que ser consciente de que una buena ejecución del proyecto es una condición necesaria para estar satisfecho pero en ningún caso es suficiente. Tendremos que examinar si la innovación ha sido eficaz y en qué medida ha sido eficiente, es decir necesitamos también una evaluación formativa para averiguar si los objetivos del proyecto han sido alcanzados.

Algunos puntos que tendremos que tener en cuenta en la evaluación son:

- Cuales han sido los resultados obtenidos al final de la evaluación (30% EduKtan+70% Pruebas escritas) por los alumnos con el EduKtan y si hay alguna diferencia con los obtenidos por éstos en otras evaluaciones y años escolares.
- Que dificultad han encontrado los alumnos al trabajar con EduKtan.
- ¿Se ha conseguido terminar la evaluación con el EduKtan o se ha tenido que suspender el programa en mitad de la evaluación?
- Habrá que saber el impacto que ha tenido en los alumnos: les ha parecido divertido, motivador, etc., o por el contrario, se les ha hecho cuesta arriba entender sus instrucciones, no han apreciado el cambio, etc.
- También habrá que tener en cuenta un análisis de eficiencia, es decir, si ha merecido la pena el esfuerzo realizado y si ha sido productivo.
- Será conveniente realizar un estudio de satisfacción de los participantes. Habrá que realizar una encuesta de satisfacción del alumno donde se pregunta por el proyecto, sus partes, puntos fuertes o débiles, desarrollo, etc.

En la siguiente hoja se muestran dos posibles cuestionarios que pueden ejercer las funciones anteriormente mencionadas:



## EVALUACIÓN DEL EDUKTAN PARA EL ALUMNO:

- ¿Qué te ha parecido las reglas propuestas por el EduKtan?
- ¿Prefieres este sistema de puntuación o que la nota dependa al 100% de los exámenes? ¿Por qué?
- ¿Cómo crees que has aprendido más, con este método o con el habitual? Explica el porqué.
- ¿Te has divertido con este método?
- ¿Cómo quieres que continuemos en la siguiente evaluación, con este método o con el habitual?
- ¿Cambiarías la cantidad de materias primas que se deben pagar por las infraestructuras? ¿Cuáles?
  - Haz toda observación que veas necesaria:

## EVALUACIÓN DEL SISTEMA PARA EL PROFESOR

- ¿Qué impresión me deja este nuevo método de evaluación?
- ¿Prefiero esta forma de abordar la clase de Matemáticas o la que se usa normalmente?
- ¿He conseguido motivar a mis alumnos?
- ¿Lo han hecho mejor que con el sistema habitual?
- ¿Ha existido una actitud positiva de tus alumnos hacia el EduKtan?
- ¿Te ha hecho replantearte tu forma de enseñar este nuevo método?
- ¿Crees que con este tipo de evaluación quedan reflejados los conocimientos de los alumnos?
- En general, ¿han mejorado los resultados?
  - Haz toda observación que veas necesaria:

## **7. CONCLUSIONES**

Antes de comenzar a describir las conclusiones a las que he llegado con la realización de este proyecto, decir que el trabajo no se pudo llevar a cabo en el periodo de las prácticas del Máster de Profesorado por las condiciones en que me encontraba. Mi tutor es profesor en el Grado Superior de Diseño en Fabricación Mecánica, y es con sus alumnos con quienes estuve durante mis prácticas que, por supuesto, no tenían la asignatura de Matemáticas.

La realización de este trabajo me ha ayudado a conocer algunas de las técnicas de gestión de las conductas de los alumnos. Profundizar en la Economía de Fichas y la Gamificación.

A la hora de elaborar el EduKtan he intentado tener en cuenta cualquier posible dificultad que se pudiese dar en su puesta en práctica. Ya que son métodos que requieren un estricto control.

Uno de los problemas ha sido este, intentar adelantarme a las dificultades que pudieran darse en el aula y dar respuesta con las diferentes normas del juego.

Creo que es importante que tomemos estas instrucciones como una primera puesta en práctica del proyecto y con la idea de adaptarlas en función de cómo sea la aceptación por el alumno y el profesor. Por ejemplo:

- Los tipos de ejercicios pueden cambiar en su dificultad o tipo.
- Tanto el número de ejercicios propuestos para la adquisición de tarjetas de materia prima como, las tarjetas necesarias para construir infraestructuras pueden sufrir modificaciones si al finalizar la evaluación el profesor notase que es demasiado fácil o difícil conseguir el objetivo de los 3 puntos en la nota.

Por una parte, si fuese demasiado fácil los alumnos pueden perder el interés por que no les cuesta ningún esfuerzo conseguirlo, o por otro lado si es demasiado difícil pueden tirar la toalla y centrar todo su objetivo en aprobar el examen final.

- También he pensado sobre la posibilidad que existe en que entreguen los ejercicios copiados unos de otros, y si esto sucediese así habría que pensar en algún cambio para solucionarlo. Por ejemplo, dar

ejercicios diferentes a cada alumno, aunque este sería un trabajo arduo.

En definitiva parece que los puntos negativos que encontramos en la puesta en práctica de un proyecto basado en la Gamificación son pueden ser solucionados mediante un control continuo del profesor. Está claro que no es una metodología que permita al profesor desvincularse de la clase y dejar libre a los alumnos. Requerirá continuidad y quizás una actitud menos didáctica y más centrada en solucionar los problemas que vayan surgiendo a los alumnos con el EduKtan.

## **Bibliografía**

- ANUIES. (2003). *Innovación educativa*. México: Autor.
- Ausubel, D., Novak, J., & Hanesian, H. (1997). *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. Mexico: Trillas.
- Ballester, A. (2002). *El aprendizaje significativo en la práctica. Cómo hacer el aprendizaje significativo en el aula*. Obtenido de (Libro digital).
- Chocarro, E. (2016/2017). Atención a la diversidad. *Procesos y contextos educativos*. Universidad de La Rioja.
- Fonseca Pedrero, E. (2016/2017). Práctica 6: Sistema de organización de contingencias. *Aprendizaje y desarrollo de la personalidad*. Univerisdad de La Rioja.
- Fonseca Pedrero, E. (2016/2017). Tema 2: El desarrollo del adolescente: sus capacidades para el aprendizaje. *Aprendizaje y desarrollo de la personalidad*. Universidad de La Rioja.
- Gutiérrez, S. (2010). La Historia de las matemáticas como recurso didáctico. *La Gaceta de la RSME*, 13(2), 337-352.
- Labrador, F., Larroy, C., & Cruzado, J. (2004). Sistemas de organización de contingencias: economía de fichas y contratos conductuales. En F. Labrador, M. Lopez, & J. Cruzado, *Manual de técnicas de modificación y terapia de conducta*. (págs. 532-557). Pirámide.
- Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. (LOMCE). (BOE núm. 295, de 10 de diciembre de 2013, páginas 97858 a 97921 (64 págs.)).
- Moreno, M. (1995). Investigación e innovación educativa. *La Tarea*(7), 21-25.
- Muñoz, J., & Moya, P. (2015). *Matemáticas I. 1º de Bachillerato*. Recuperado el 2017, de <http://www.apuntesmareaverde.org.es/>
- Nesher, P. (2000). Posibles relaciones entre lenguaje natural y lenguaje matemático. En N. Gorgorió , J. Deulofeu, & A. Bishop, *Matemáticas y educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional*. Barcelona: GRAÖ.
- Pink, D. (2011). *La sorprendente verdad sobre lo que nos motiva*. España: Grupo Planeta.

- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato. (BOE núm. 3, de 3 de enero de 2015, páginas 169 a 546 (377 págs.)).
- Sarmiento, M. (2004). *La enseñanza de las matemáticas y las Ntic. Una estrategia de formación permanente*. Universitat Rovira i Virgili: Tarragona.
- Teixes, F. (2014). *Gamificación: fundamentos y aplicaciones*. Barcelona: UOC.
- Weiner, B. (1985). An attributional theory of achievement motivation and emotion. *Psychological Review*, 92, 548-573.
- Zabalza, M. (1990). Fundamentación de la didáctica y el conocimiento didáctico. En A. Medina, & M. Sevillano, *Didáctica-Adaptación. El Currículo: Fundamentación, diseño, desarrollo y evaluación*. (págs. 85-220). Madrid: UNED.

# **ANEXOS**

## **ANEXO I**

El siguiente documento es el test que se realizó a los alumnos del instituto. El test se pasó a todos los alumnos matriculadas en el Curso preparatorio para las pruebas de acceso a los ciclos formativos de Grado Superior y a los alumnos del Grado Superior de Diseño en Fabricación Mecánica.

**I.E.S. INVENTOR COSME GARCÍA**

**TURNO VESPERTINO**

**CUESTIONARIO "CARACTERÍSTICAS DEL ALUMNADO"**

**DATOS DEL ALUMNO:**

- EDAD: \_\_\_\_\_

- SEXO:

- ☐ Femenino  
☐ Masculino

- NACIONALIDAD:

- ☐ Española  
☐ Otra \_\_\_\_\_

¿Cuánto llevas en España? \_\_\_\_\_

- SITUACIÓN LABORAL:

- ☐ Trabajando.  
☐ Desempleado.  
☐ En búsqueda de empleo.  
☐ Trabajo ocasionalmente.  
☐ Otros \_\_\_\_\_

**ESTUDIOS**

- ESTUDIOS QUE ESTÁS CURSANDO

ACTUALMENTE: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

- NIVEL DE ESTUDIOS REALIZADOS ANTERIORMENTE:

- ☐ E.S.O.  
☐ F.P. Básica  
☐ Bachiller \_\_\_\_\_  
☐ Prueba de acceso  
☐ Universidad \_\_\_\_\_  
☐ Grado medio \_\_\_\_\_  
☐ Grado superior \_\_\_\_\_  
☐ Otros \_\_\_\_\_

- ¿HAS REPETIDO ALGÚN CURSO EN ALGÚN MOMENTO?

- ☐ Nunca he repetido ningún curso.  
☐ Sí, he repetido un curso.  
☐ Sí, he repetido más de un curso.

- ¿LLEVABAS TIEMPO SIN ESTUDIAR ANTES DE COMENZAR ESTE CURSO?

- ☐ No.  
☐ Sí. ¿Cuánto? \_\_\_\_\_

- CUANDO ELEGISTE ESTE CICLO FORMATIVO ¿CUÁL FUE LA RAZÓN PARA MATRICULARTE EN ÉL?

- ☐ Me atraía el tema.  
☐ Lo necesito para el trabajo actual.  
☐ Creía que sería fácil encontrar trabajo.  
☐ Por descarte (el resto de opciones me atraían menos).  
☐ Me convencieron otras personas.  
☐ La verdad, no sabía de qué iba.  
☐ Otro \_\_\_\_\_

- ESTAS SATISFECHO/CONTENTO CON LOS ESTUDIOS QUE CURSAS:

- ☐ Poco satisfecho. No es lo que esperaba. Me ha desilusionado.  
☐ Satisfecho. Es exactamente lo que me esperaba.  
☐ Muy satisfecho. Estoy entusiasmado con lo que estoy aprendiendo.

- APROXIMADAMENTE, CUÁNTO TIEMPO DEDICAS DIARIAMENTE A ESTUDIAR / REALIZAR TAREAS?

- ☐ No hago los deberes nunca.  
☐ Menos de media hora.  
☐ Entre media hora y una hora.  
☐ Entre una hora y hora y media.  
☐ Más de hora y media.

- ¿QUÉ NIVEL DE ESTUDIOS ESPERAS ALCANZAR EN EL FUTURO?

- ☐ No pienso terminar el curso.  
☐ Estudiar Formación Profesional de Grado Medio.  
☐ Estudiar Formación Profesional de Grado Superior.  
☐ Estudiar Bachillerato.  
☐ Estudios superiores (Universidad)  
☐ Terminar el ciclo que estoy haciendo y trabajar.



**DATOS SOCIO-ECONÓMICOS Y CULTURALES**  
(Marca sólo una casilla)

- CON QUIÉN VIVES:

- ☐ Solo.  
☐ Con mis padres / tutores.  
☐ Con mi familia (mujer / marido e hijos).  
☐ Otros \_\_\_\_\_

- LUGAR DONDE VIVES:

- ☐ Pueblo \_\_\_\_\_  
☐ Ciudad \_\_\_\_\_

- AMBIENTE SOCIO-CULTURAL:

Padre:

- Profesión del padre.....  
- ¿Empleo fijo o eventual? .....  
- Estudios del padre:  
☐ Sólo primarios  
☐ Primarios con Graduado Escolar  
☐ Bachillerato  
☐ Universitarios

Madre:

- Profesión de la madre .....  
- ¿Empleo fijo o eventual? .....  
- Estudios de la madre:  
☐ Sólo primarios  
☐ Primarios con Graduado Escolar  
☐ Bachillerato  
☐ Universitarios

- DE LOS SIGUIENTES OBJETOS, ¿CUÁNTOS HAY EN TU CASA?

	0	1	2	+3
Teléfonos móviles				
Televisores				
Tablets				
Ordenadores				
Coches				

	Sí	No
Una mesa para estudiar		
Una habitación para ti solo		
Conexión a internet		
Videoconsola		
Televisión en mi habitación		

**IDIOMAS:**

- ¿QUÉ IDIOMAS DOMINAS?

- ☐ Inglés.  
Nivel: ☐ Bajo ☐ Medio ☐ Alto  
☐ Otros:  
1. \_\_\_\_\_  
Nivel: ☐ Bajo ☐ Medio ☐ Alto  
2. \_\_\_\_\_  
Nivel: ☐ Bajo ☐ Medio ☐ Alto

- ¿HAS VIVIDO ALGUNA VEZ EN OTRO PAÍS?

- ☐ Más de un año.  
☐ Un año.  
☐ De 5 a 12 semanas.  
☐ De 1 a 4 semanas.  
☐ Nunca.  
☐

- ¿TIENES INTENCIÓN DE VIVIR EN OTRO LUGAR PROXIMAMENTE?

- ☐ Sí, pero en España.  
☐ Sí, fuera de España.  
☐ No.

*La información de este cuestionario es anónima y se utilizará sólo para la Memoria de Prácticas.  
Gracias por vuestra colaboración.*

## **ANEXO II**

En las páginas siguientes se incluyen las hojas de ejercicios utilizadas con los alumnos. Estas hojas han sido extraídas del libro de Marea Verde de Ejercicios y Problemas. 1º Bachillerato de Ciencias. Matemáticas I.

## CAPÍTULO 5: GEOMETRÍA ANALÍTICA

### ACTIVIDADES PROPUESTAS

#### 1. VECTORES

- Dados los puntos  $P = (2, 2)$ ,  $Q = (1, 0)$  y  $R = (-2, 3)$  y los vectores  $\vec{v} = (1, -1)$ ,  $\vec{w} = (0, -2)$  calcula, indicando si el resultado es punto o vector:
  - $\vec{QP}$
  - $3\vec{v} - 2\vec{w}$
  - $\vec{v} - \vec{RP}$
  - $P + \vec{v}$
  - $R + \vec{PQ} + \vec{w}$
- Dados tres puntos genéricos,  $P = (p_1, p_2)$ ,  $Q = (q_1, q_2)$  y  $R = (r_1, r_2)$ , demuestra:
  - $\vec{PQ} + \vec{QR} = \vec{PR}$
  - $\vec{PQ} = (-1)\vec{QP}$
  - $\vec{PP} = \vec{0}$
  - $\vec{PQ} + \vec{PQ} = 2\vec{PQ}$
- Calcula el producto escalar de los siguientes vectores.
  - $(1, 2) \cdot (-2, 3)$
  - $(1, 2) \cdot (0, 0)$
  - $(1, 2) \cdot (-2, 1)$
  - $(3, 2) \cdot (1, 3)$
  - $(-1, -2) \cdot (2, 0)$
  - $(5, -1) \cdot (3, -4)$
  - $(0, 1) \cdot (-2, 0)$
  - $(3, 4) \cdot (-4, 3)$
- Considera tres vectores genéricos  $\vec{u} = (u_1, u_2)$ ,  $\vec{v} = (v_1, v_2)$  y  $\vec{w} = (w_1, w_2)$  así como un escalar genérico  $k$ . Demuestra las propiedades 1 a 3 del producto escalar.
- En el problema anterior que dice "Calcula todos los lados y ángulos del triángulo  $A(1, 2)$ ,  $B(4, 2)$  y  $C(5, 5)$ , repite el cálculo de ángulos cambiando el orden en que se toman los puntos  $\overrightarrow{BA}$ ,  $\overrightarrow{AC}$  y  $\overrightarrow{CB}$ . ¿Cómo cambian los ángulos? ¿Por qué?
- Calcula todos los lados y los ángulos de los siguientes triángulos de dos maneras. Primero con el método anterior y luego por el que se indica:
  - $A = (1, 1)$ ,  $B = (1, 4)$ ,  $C = (2, 2)$ . Calcula los tres lados y luego usa trigonometría.
  - $A = (1, -1)$ ,  $B = (2, 4)$ ,  $C = (2, 2)$ . Calcula los lados  $a$  y  $c$  y el ángulo  $\beta$  y luego usa trigonometría.
  - $A = (1, 1)$ ,  $B = (2, 3)$ ,  $C = (3, -2)$ . Calcula el lado  $a$  y los ángulos  $\beta$  y  $\gamma$  y luego usa trigonometría.
  - $A = (0, 1)$ ,  $B = (1, 4)$ ,  $C = (2, 3)$ . Calcula tres datos cualesquiera (los que sean, tres lados, dos ángulos y un lado...) y luego usa trigonometría.
- Calcula el área del triángulo de vértices  $A = (1, 1)$ ,  $B = (2, 2)$  y  $C = (4, 5)$ . [Pista: Puedes calcular todos los lados y ángulos. La altura se calcula con trigonometría].
- Calcula el área del rectángulo  $ABCD$  con  $A = (1, 2)$ ,  $B = (2, 4)$ ,  $C = (5, 3)$  y  $D = (4, 1)$ .
- Calcula el área del rombo  $ABCD$  con  $A = (1, 1)$ ,  $B = (4, 0)$ ,  $C = (3, 3)$  y  $D = (0, 4)$ .
- Calcula un vector que forme 60 grados con el vector  $(1, 0)$ . Para ello, procede como sigue. Supón que el vector sea de la forma  $(x, 1)$  y plantea la ecuación  $\cos 60^\circ = \frac{(x, 1) \cdot (1, 0)}{\|(x, 1)\| \cdot \|(1, 0)\|}$ . Despejando  $x$  obtendrás el vector. ¿Serías capaz de calcular un vector UNITARIO (de módulo 1) que forme un ángulo de  $60^\circ$  con el vector  $(1, 0)$ ?
- Considera un hexágono regular  $ABCDEF$  de centro el origen. Si el punto  $B$  es el  $(1, 0)$ , ¿cuáles son las coordenadas de los puntos  $A$  y  $C$ ? Calcula el ángulo del hexágono.
- $A = (1, 1)$ ,  $B = (2, 3)$  y  $C = (2, 8)$  son vértices (consecutivos) de un paralelogramo  $ABCD$ . Calcula el vértice  $D$  y el ángulo  $ABC$ .
- Mismo problema que el anterior con  $A = (2, 4)$ ,  $B = (3, 5)$  y  $C = (4, -1)$ . ¿Se puede resolver el problema sean cuales sean  $A$ ,  $B$  y  $C$ ?
- Sean  $A = (2, 2)$  y  $B = (4, 6)$  dos vértices de un cuadrado. Calcula los otros dos vértices y el área del cuadrado. (Ayuda: Hay dos soluciones, las dos con la misma área).
- ¿Son los siguientes pares de vectores una base ortogonal? Justifica la respuesta.
  - $(1, 2)$  y  $(1, -2)$ ,
  - $(1, -2)$  y  $(2, 1)$
  - $(0, 1)$  y  $(100, 0)$
  - $(1, 0)$  y  $(0, 0)$
- Calcula un vector que forme con  $(1, 4)$  una base ortogonal.
- Calcula un vector perpendicular a  $(1, 2)$  que tenga módulo 3 [Pista: calcula un vector perpendicular cualquiera. Al dividir por su módulo tendrá módulo 1. Basta multiplicar por la constante 3].
- ¿Forman los siguientes pares de vectores una base ortonormal? Justifica la respuesta.
  - $(1, 0)$  y  $(0, 1)$ ,
  - $(1, -2)$  y  $(2, 1)$
  - $(0, 1)$  y  $(100, 0)$
  - $\frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1)$  y  $\frac{\sqrt{2}}{2}(-1, 1)$

19. Si  $A = (1, 1)$  y  $B = (2, 3)$  son dos vértices de un cuadrado, calcula los otros dos vértices y el área del cuadrado (*Cuidado: hay dos soluciones, las dos con la misma área*).
20. Dado el vector  $\vec{v} = (1, -2)$  calcula una base ortonormal que contenga a un múltiplo suyo. ¿Hay más de una solución al problema anterior? En caso afirmativo, calcúlalas todas.

## 2. RECTAS Y PROBLEMAS MÉTRICOS

21. Dados los puntos  $A = (1, 4)$  y  $B = (-3, 6)$  calcula su punto medio:
- Construyendo el vector que los une.
  - Con la fórmula. Comprueba que sale lo mismo.
22. Considera los puntos  $A = (a_1, a_2)$  y  $B = (b_1, b_2)$ . Demuestra que con las dos maneras de calcular el punto medio sale lo mismo.
23. Calcula una recta perpendicular a  $r \equiv x + 2y = 5$  que pase por  $(2, 0)$ . Exprésala al menos en tres formas y dibújala.
24. Sean las rectas  $r \equiv \begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 1 - 2\lambda \end{cases}$  y  $s \equiv 2x + y = 2$ . Estudia su posición relativa y calcula sus puntos de corte si los hubiera.
25. Consideremos la recta  $r \equiv (1, 3) + \lambda(1, -2)$ .
- Calcula su pendiente.
  - ¿Pertenece el punto  $(2, 2)$  a la recta? ¿Y el punto  $(0, -2)$ ?
  - Da al menos tres puntos de la recta.
  - Dibuja la recta.
26. Suponte que la distancia de un punto a una recta es 0. ¿Qué significa ese resultado? Aplícalo a la recta  $2x - y = 1$  y el punto  $(2, 3)$ .
27. Considera la recta  $x + 2y = 3$  y el punto  $A = (2, 3)$ . Calcula el punto  $Q$  de mínima distancia y el simétrico de  $A$  respecto de la recta.
28. Calcula la distancia al origen de las rectas que se indican.

a.  $2x + y = 3$

b.  $(x, y) = (1, -2) + \lambda$

c.  $y = \frac{x}{2}$

29. Calcula la distancia del punto  $(1, 2)$  a las rectas que se indican.

a.  $x + 3y = 4$

b.  $\begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = 2 + 2\lambda \end{cases}$  c.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1}$

d.  $y - 2 = 4(x + 1)$

30. Una recta pasa por el punto  $(3, 1)$  y forma con los semiejes positivos un triángulo de área seis unidades. Calcula dicha recta.
31. Calcula el punto de simétrico de  $A = (1, 2)$  respecto a la recta  $y = 3$ .
32. Consideremos un pentágono irregular  $ABCDE$  formado por los puntos  $A = (-2, 3)$ ,  $B = (1, 4)$ ,  $C = (3, 3)$ ,  $D = (2, 2)$  y  $E = (-1, 1)$ .  
Dibújalo y calcula su área [Te recomendamos dividirlo en figuras más manejables].
33. Consideremos un cuadrado  $ABCD$ . El punto  $A$  es  $(1, 2)$  y los puntos  $B$  y  $C$  están sobre la recta  $y - x = 3$ . Calcula los cuatro vértices del cuadrado y su área.
34. Determina las mediatrices de los segmentos de extremos  $A$  y  $B$ . Representalo gráficamente.
- $A = (2, 7)$  y  $B = (6, 3)$
  - $A = (-3, 5)$  y  $B = (0, -3)$
  - $A = (-1, 0)$  y  $B = (7, -4)$
35. Determina las mediatrices de los segmentos de extremos  $A$  y  $B$ . Representalo gráficamente.
- $A = (0, 7)$  y  $B = (0, 3)$
  - $A = (-3, 0)$  y  $B = (6, 0)$
  - $A = (-5, 0)$  y  $B = (0, -5)$
36. Determina las bisectrices de las rectas  $r$  y  $s$ . Representalo gráficamente.
- $r: x + 2y - 5 = 0$  y  $s: 2x - y - 8 = 0$
  - $r: 3x + 5y - 2 = 0$  y  $s: 4x - 6y - 1 = 0$
37. Determina las bisectrices de las rectas  $r$  y  $s$ . Representalo gráficamente.
- $r: x = 0$  y  $s: y = 0$
  - $r: x + y = 0$  y  $s: x - y = 0$
38. Dado el triángulo de vértices  $ABC$ , siendo  $A = (0, 0)$ ,  $B = (6, 0)$  y  $C = (4, 4)$ , determina las ecuaciones de:
- Sus mediatrices y las coordenadas del circuncentro
  - Sus bisectrices y las coordenadas del incentro
  - Sus alturas y las coordenadas del ortocentro
  - Sus medianas y las coordenadas del baricentro

### **ANEXO III**

Hojas de ejercicios elaboradas por mí para la unidad de vectores. Son una batería de ejercicios con actividades de refuerzo para aquellos alumnos con dificultades, que no han asimilado suficientemente los contenidos. Con la finalidad de garantizar la integración de todo el alumnado con diferentes necesidades educativas.



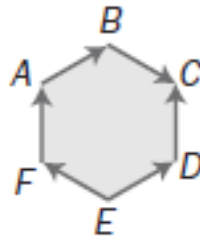
## UNIDAD 5: LOS VECTORES EN EL PLANO.

### EJERCICIOS

1. Efectúa las siguientes operaciones:

- a)  $(5, -3) + (2, -4)$       c)  $5(3, -1) + (-1, 4)$       e)  $\frac{1}{2}(7, 4) + (1, 2)$       g)  $-(3, 6) + \frac{3}{2}(-2, -1)$   
b)  $(6, 4) - (7, -2)$       d)  $-3(0, 1) + \frac{1}{3}(0, 3)$       f)  $-4(2, -1) + 6(4, -1)$       h)  $-(5, 3) - (-2, -2)$

2. En el hexágono regular de la figura, indica que vectores son equipolentes:



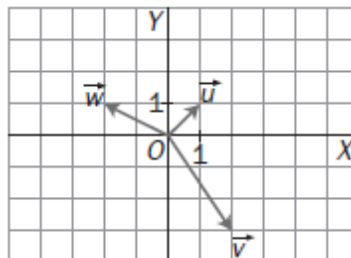
3. Contesta verdadero o falso y razona la contestación:

- a) Si dos vectores fijos tienen el mismo módulo y dirección, determinan el mismo vector libre.  
b) Dos vectores fijos son equipolentes si tienen el mismo módulo, sentido y sus rectas soportes son paralelas.

4. A partir de los vectores  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  y  $\vec{w}$  representados en la figura, calcula:

- a)  $\vec{u} + \vec{v}$   
b)  $3 \vec{v}$

- c)  $-\vec{u} + 2 \vec{w}$   
d)  $2 [\vec{u} + \vec{v}] - 3 \vec{w}$



5. Un vector libre tiene por coordenadas  $\vec{u} = (-4, 1)$ . Un representante suyo tiene el punto  $A = (2, 5)$  como origen. Halla las coordenadas del extremo.
6. Un vector tiene por extremos los puntos  $A(-7, 5)$  y  $B(3, -2)$ . Calcula las coordenadas del vector  $\overrightarrow{AB}$
7. Un vector fijo tiene su origen en el punto  $A(6, -2)$  y sus coordenadas son  $(4, 5)$ . Hallar las coordenadas de su extremo B.
8. Dados los vectores  $\vec{u} = (-4, 2)$ ,  $\vec{v} = (0, -3)$  y  $\vec{w} = (-3, 3)$ . Halla:
- a)  $\vec{u} + \vec{v}$       c)  $5\vec{u} - 3\vec{v}$       e)  $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$       g)  $|\vec{u}|, |\vec{v}|, |\vec{u} + \vec{v}|$   
b)  $4\vec{u}$       d)  $-2\vec{v}$       f)  $3\vec{u} - (5\vec{v} + \vec{w})$       h)  $\vec{u} + (2\vec{v} + 3\vec{w})$
9. Dado el vector  $\vec{u} = (2, -1)$ , determina los vectores equipolentes a  $\vec{u}$ ,  $\overrightarrow{AB}$  y  $\overrightarrow{CD}$ , sabiendo que A  $(1, -3)$  Y D  $(2, 0)$ .
10. Calcula el valor de m y n para que los vectores  $\vec{u} = (\frac{1}{2}, m)$  y  $\vec{v} = (\frac{\sqrt{2}}{2}, n)$  sean unitarios.

## **ANEXO IV**

En las siguientes páginas se muestran algunos ejemplos que se podrían utilizar para la Unidad Didáctica de *Los vectores en el plano*, ordenados y clasificados por tipos de materia prima. Los ejercicios se han sacado de varios libros de texto para 1º de Bachillerato de Ciencias.



## EJERCICIOS PROPUESTOS PARA CONSEGUIR LA MATERIA PRIMA: **MADERA**

De cada uno de estos conceptos deberás poner su definición, propiedades, ejemplos, dibujos...

### Elementos de un vector

- Coordenadas de un vector.
- Dirección de un vector.
- Sentido de un vector.
- Módulo de un vector.

### Clases de vectores

- Vectores equipolentes.
- Vectores libres.
- Vectores fijos.
- Vectores opuestos.
- Vectores unitarios.
- Vectores de posición.
- Vectores ortogonales.
- Vectores ortonormales.
- Sistema de referencia ortogonal.

### Operaciones con vectores

- Suma
- Regla del paralelogramo
- Resta
- Producto
- Producto escalar

EJERCICIOS PROPUESTOS PARA CONSEGUIR LA MATERIA PRIMA:  
**LADRILLO**

-Escribe las componentes de cada vector:

$$A = (2, 1), B = (3, 5)$$

$$\overrightarrow{AB} =$$

$$C = (3, 7), D = (4, 5)$$

$$\overrightarrow{CD} =$$

$$A = (2, 8), B = (6, 0)$$

$$\overrightarrow{AB} =$$

$$B = (-2, 1), C = (8, 1)$$

$$\overrightarrow{BC} =$$

$$P = (0, 3), Q = (3, 1)$$

$$\overrightarrow{PQ} =$$

$$A = (5, 9), B = (1, 4)$$

$$\overrightarrow{AB} =$$

---

-Completa las coordenadas de los siguientes puntos usando los datos proporcionados:

$$A = (5, 9), \overrightarrow{AB} = (2, 7)$$

$$B =$$

$$B = (0, 7), \overrightarrow{AB} = (3, 1)$$

$$A =$$

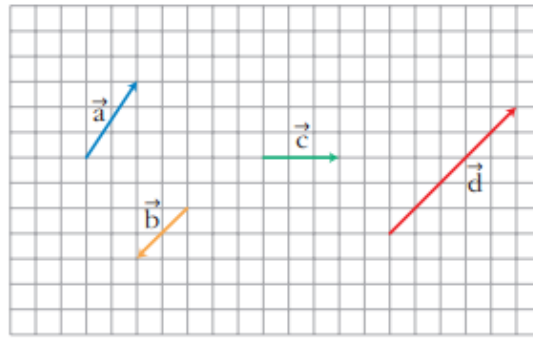
$$A = (2, -4), \overrightarrow{AB} = (3, 5)$$

$$B =$$

$$B = (7, -3), \overrightarrow{AB} = (-2, -5)$$

$$A =$$

Copia en un papel cuadriculado los cuatro vectores siguientes:



Representa:

a)  $2\vec{a}$

b)  $5\vec{b}$

c)  $\frac{1}{3}\vec{c}$

Expresa el vector  $\vec{d}$  como producto de uno de los vectores  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  o  $\vec{c}$  por un número.

Designa los vectores anteriores mediante pares de números. Por ejemplo:  $\vec{a}(2, 3)$

Repite con pares de números las operaciones que has efectuado anteriormente.

Efectúa gráficamente:

a)  $\vec{a} + \vec{c}$

b)  $\vec{b} + \vec{c}$

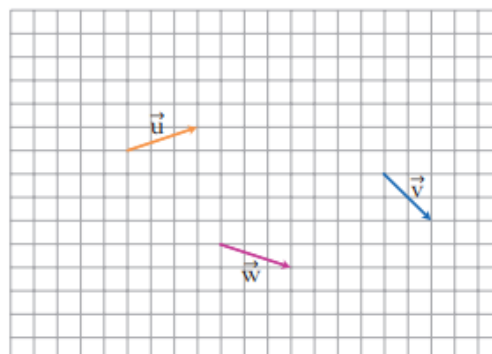
c)  $\vec{b} + \vec{a}$

d)  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

siendo  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  y  $\vec{c}$  los del ejercicio anterior.

Realiza las mismas sumas con pares de números.

Por ejemplo:  $\vec{a} + \vec{c} = (2, 3) + (3, 0) = (5, 3)$



Con los vectores  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  y  $\vec{w}$  efectúa las siguientes operaciones gráficamente y mediante pares de números:

a)  $2\vec{u} + 3\vec{v}$

b)  $-\vec{v} + 5\vec{w}$

c)  $2\vec{u} + 3\vec{v} - 4\vec{w}$

¿Cómo designarías al vector resultante de esta última operación?

Si  $\vec{u}(-2, 5)$  y  $\vec{v}(1, -4)$  son las coordenadas de dos vectores respecto de una base, halla las coordenadas respecto de la misma base de:

- a)  $2\vec{u} + \vec{v}$       b)  $\vec{u} - \vec{v}$       c)  $3\vec{u} + \frac{1}{3}\vec{v}$       d)  $-\frac{1}{2}\vec{u} - 2\vec{v}$

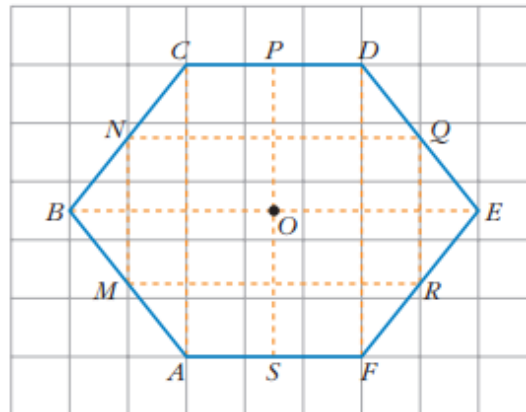
Dos vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  cumplen que:  $|\vec{u}| = 4$ ,  $|\vec{v}| = \frac{3}{2}$ ,  $\widehat{(\vec{u}, \vec{v})} = 30^\circ$ . Calcula:

- a)  $\vec{u} \cdot \vec{v}$       b)  $\vec{v} \cdot \vec{u}$       c)  $(-\vec{u}) \cdot \vec{v}$   
d)  $(3\vec{u}) \cdot (-5\vec{v})$       e)  $\vec{u} \cdot \vec{u}$       f)  $\vec{v} \cdot (-\vec{v})$

Si  $|\vec{u}| = 3$ ,  $|\vec{v}| = 5$  y  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -2$ , averigua el ángulo  $\widehat{(\vec{u}, \vec{v})}$ . (Usa la calculadora).

Halla  $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{u})$  y  $\vec{v} \cdot (\vec{v} - \vec{u})$  sabiendo que  $|\vec{u}| = 3$ ,  $|\vec{v}| = 5$ ,  $\widehat{(\vec{u}, \vec{v})} = 120^\circ$ .

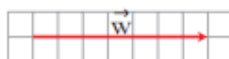
La figura  $ABCDEF$  es un hexágono.



Compara el módulo, la dirección y el sentido de los siguientes pares de vectores:

- a)  $\vec{AB}$  y  $\vec{BC}$       b)  $\vec{FE}$  y  $\vec{BC}$       c)  $\vec{BM}$  y  $\vec{DE}$       d)  $\vec{OS}$  y  $\vec{OE}$

Considera el vector  $\vec{w}$ :

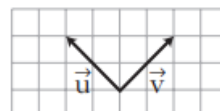


Dibuja en cada uno de estos casos un vector  $\vec{v}$  que sumado con  $\vec{u}$  dé como resultado  $\vec{w}$ :

A la vista de la figura, dibuja los vectores:

$$-\vec{u} + \vec{v}, \vec{u} - \vec{v}, \vec{u} + \vec{v},$$

$$-\vec{u} - \vec{v}, -\vec{u} + 2\vec{v}, \vec{u} - 2\vec{v}$$



Si tomamos como base  $(\vec{u}, \vec{v})$ , ¿cuáles son las coordenadas de los vectores que has dibujado?

Escribe los vectores  $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$  como combinación lineal de  $\vec{x}$  e  $\vec{y}$ .



¿Cuáles serán las coordenadas de esos vectores respecto a la base  $B(\vec{x}, \vec{y})$ ?

Dados los vectores  $\vec{a}(3, -2)$ ,  $\vec{b}(-1, 2)$  y  $\vec{c}(0, -5)$ , calcula  $m$  y  $n$  de modo que:  
 $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$ .

Expresa el vector  $\vec{a}(-1, -8)$  como combinación lineal de  $\vec{b}(3, -2)$  y  $\vec{c}(4, -\frac{1}{2})$ .

Halla el valor de  $m$  para que el módulo del vector  $\vec{u}(\frac{3}{5}, m)$  sea igual a 1.

**Halla el módulo de cada uno de los siguientes vectores:**

$$\vec{u}(3, 2)$$

$$\vec{v}(-2, 3)$$

$$\vec{w}(-8, -6)$$

$$\vec{z}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$\vec{t}(5, 0)$$

$$\vec{r}(1, 1)$$

$$|\vec{u}| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{(-2)^2 + 3^2} = \sqrt{13}$$

$$|\vec{w}| = \sqrt{(-8)^2 + (-6)^2} = 10$$

$$|\vec{z}| = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = 1$$

$$|\vec{t}| = \sqrt{5^2 + 0^2} = 5$$

$$|\vec{r}| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

---

**Halla el ángulo que forman los siguientes pares de vectores:**

a)  $\vec{u}(3, 2), \vec{v}(1, -5)$

b)  $\vec{m}(4, 6), \vec{n}(3, -2)$

c)  $\vec{a}(1, 6), \vec{b}\left(-\frac{1}{2}, -3\right)$

---

**Dado el vector  $\vec{u}(6, -8)$ , determina:**

a) Los vectores unitarios (módulo 1) de la misma dirección que  $\vec{u}$ .

b) Los vectores ortogonales a  $\vec{u}$  que tengan el mismo módulo que  $\vec{u}$ .

c) Los vectores unitarios y ortogonales a  $\vec{u}$ .

---

**Dados  $\vec{a}(2, 1)$  y  $\vec{b}(6, 2)$ , halla un vector  $\vec{v}$  tal que  $\vec{v} \cdot \vec{a} = 1$  y  $\vec{v} \perp \vec{b}$ .**

$$\left. \begin{array}{l} (x, y) \cdot (2, 1) = 1 \rightarrow 2x + 2y = 1 \\ (x, y) \cdot (6, 2) = 0 \rightarrow 6x + 2y = 0 \end{array} \right\} \text{Resolvemos el sistema:}$$

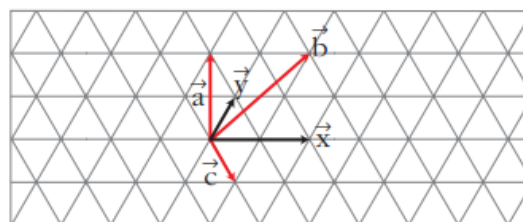
---

**Si  $|\vec{u}| = 4$ ,  $|\vec{v}| = 3$  y  $|\vec{u} + \vec{v}| = 5$ , ¿qué ángulo forman  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$ ?**

---

**Sea  $B(\vec{x}, \vec{y})$  una base ortonormal. Calcula  $|\vec{x} + \vec{y}|$  y  $|\vec{x} - \vec{y}|$ .**

Expresa los vectores  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  y  $\vec{c}$  como combinación lineal de  $\vec{x}$  e  $\vec{y}$ .



$$\vec{a} = -\frac{1}{2}\vec{x} + 2\vec{y} \quad \vec{b} = \frac{1}{2}\vec{x} + 2\vec{y} \quad \vec{c} = \frac{1}{2}\vec{x} - \vec{y}$$

Sabiendo que  $|\vec{u}| = 3$ ,  $|\vec{v}| = 5$  y  $\vec{u} \perp \vec{v}$ , halla  $|\vec{u} + \vec{v}|$  y  $|\vec{u} - \vec{v}|$ .

Calcula  $x$  para que  $\vec{a}(3, x)$  y  $\vec{b}(5, 2)$  formen un ángulo de  $60^\circ$ .

De los vectores  $\vec{a}$  y  $\vec{b}$  sabemos que  $|\vec{a}| = 3$  y  $|\vec{b}| = 5$  y que forman un ángulo de  $120^\circ$ . Calcula  $|\vec{a} - \vec{b}|$ .

EJERCICIOS PROPUESTOS PARA CONSEGUIR LA MATERIA PRIMA:  
**PIEDRA**

Dados los vectores  $\vec{a}(2, 6)$  y  $\vec{b}(5, 1)$ , calcula:

- a) Las coordenadas de un vector unitario de la misma dirección que  $\vec{b}$ .
  - b) Un vector de la misma dirección que  $\vec{b}$  y cuyo módulo sea igual a la proyección de  $\vec{a}$  sobre  $\vec{b}$ . (Vector proyección de  $\vec{a}$  sobre  $\vec{b}$ ).
- 

Sean  $\vec{a}$  y  $\vec{b}$  los vectores que definen los lados de un rombo, partiendo de uno de sus vértices (cada vector determina un par de lados paralelos):

- a) Expresa las diagonales del rombo en función de  $\vec{a}$  y  $\vec{b}$ .
  - b) Demuestra vectorialmente que las diagonales del rombo son perpendiculares.
- 

Busca algunos ejemplos con los que se vea que  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$  no implica que  $\vec{b} = \vec{c}$ .

---

Prueba, que si  $\vec{a} \perp \vec{b}$  y  $\vec{a} \perp \vec{c}$ , entonces:  $\vec{a} \perp (m\vec{b} + n\vec{c})$ ,  $m, n \in \mathbb{R}$ .

---

Cuestión: ¿Hay algún vector que coincida con su opuesto? Razona la respuesta.

---

Cuestión: ¿Es posible que la suma de dos vectores no nulos sea el vector nulo? ¿Cómo serán los vectores?

---

Cuestión: ¿Es posible que el producto escalar de dos vectores libres del plano sea cero sin ser ninguno de los vectores el vector nulo?

---

Cuestión: Un barquero rema con una velocidad de 8 Km/h en dirección este. De pronto aparece una corriente que lleva una velocidad de 4 Km/h hacia el sur. ¿Hacia dónde se desplazará la barca?



Cuestión: Es cierto que el módulo de la suma de dos vectores es igual a la suma de los módulos de dichos vectores. ¿Cómo tienen que ser los vectores para que se cumpla lo anterior?

---

Cuestión: Los módulos de tres vectores  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  son 3, 4 y 7, respectivamente. ¿Cómo tienen que ser los vectores para que se cumpla  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ ?

---

Dos barquitas ayudan a salir de un puerto a un gran barco tirando de él con el mismo ángulo y simétricamente, con una fuerza de 300 N. Hacer una tabla variando el ángulo desde  $10^\circ$  hasta  $80^\circ$  de 10 en 10 y obteniendo en cada caso la fuerza resultante sobre el barco remolcado. ¿Cuál es el mejor ángulo para llevarlo remolcado?

---

José Luis se lanza al agua desde el punto A con intención de llegar al embarcadero que se encuentra situado al otro lado del río, a 200 m, en perpendicular a la corriente desde el punto A. Observar que por muchos esfuerzos que hace, y nadando a una velocidad de 3 Km/h, no puede llegar al embarcadero, sino a un árbol que se encuentra a 100 m del embarcadero. ¿Qué velocidad tiene la corriente del río? ¿Cuántos metros nadó en realidad? ¿Qué tendría que haber hecho para llegar con seguridad al embarcadero?

---

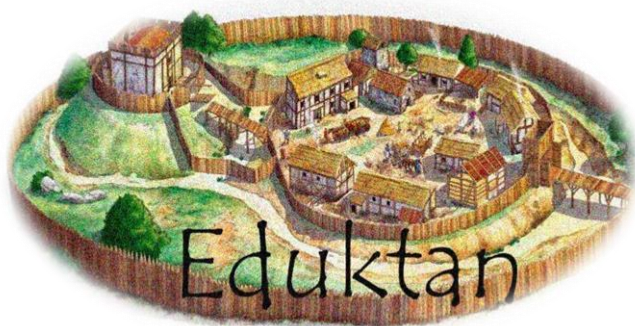
Ana ha salido de la playa en una tabla de *wind-surfing* arrastrada por un viento que tiene una velocidad de 15km/h dirección norte; a los 5 minutos se ha caído y ha estado descansando sobre la tabla 10 minutos. Al levantar la vela observa que se ha levantado un fuerte viento de 30 Km/h dirección oeste. Después de navegar 7 minutos, ¿a qué distancia se encuentra del punto de partida? ¿Qué distancia ha recorrido Ana?

---

Un bombardero vuela a una velocidad de 900Km/h y lanza una bomba de 50 kg de peso. El vector velocidad de la bomba tendrá dos componentes, la horizontal, que es constante e igual a 900Km/h y la vertical, que viene dada por la gravedad según la ley  $v_y = 9,8 t$ , siendo t el tiempo en segundos. ¿Es posible describir la trayectoria de la bomba? Justificar la contestación.

## **ANEXO V**

Reglas del EduKtan. Instrucciones que se entregarán a los alumnos al comienzo del curso.



Allende los mares, cercano a las costas de una antigua colonia española, se encuentra un pequeño y olvidado archipiélago deshabitado, pero no lo será por mucho tiempo.

Tras una larga e inesperada tormenta un barco se hundirá cerca de sus costas, pero antes de que este hecho acaezca, la tripulación consigue salir del barco y llegar a nado a las diferentes islas. Una vez llegan al nuevo territorio empiezan a organizarse, buscan alimentos y cobijo. Tras la primera noche se dan cuenta de que pasarán allí mucho tiempo y que necesitan construir una nueva vida en su nuevo hogar, ya que hasta que pase un nuevo barco cerca de las costas pasaran al menos nueve meses.

## REGLAS DE JUEGO DEL EDUKTAN

- I. DELANTE DE TI TIENES TU PORCIÓN DE LA ISLA DE EDUKTAN. CADA UNO DE VOSOTROS TENDRÁ UN TERRENO COMO EL DE LA IMAGEN Y SU OBJETIVO SERÁ COLONIZARLO.



IMAGEN 1: EJEMPLO DE TERRENO CON INFRAESTRUCTURAS.

CADA PORCIÓN DE TERRENO COMO EL DE LA IMAGEN ESTARÁ EN VUESTRO DOMINIO Y DEBERÉIS IR CONSTRUYENDO EN ÉL HASTA POBLARLO.

- II.** EN EDUKTAN HAY CINCO TIPOS DE ACTIVIDADES QUE SON MOTIVO DE RECOMPENSA. CADA UNO DE ELLOS IMPLICA LA OBTENCIÓN DE UNA MATERIA PRIMA DIFERENTE (VER TABLA 1)

**III.**

ACTIVIDAD	MATERIA PRIMA	CARTA
EJERCICIOS TEÓRICOS/ FUNDAMENTOS DEL TEMA  <b>1 MADERA POR 3 EJERCICIOS.</b>	MADERA	
EJERCICIOS PRÁCTICOS / OPERACIONES  <b>1 LADRILLO POR 5 EJERCICIOS.</b>	LADRILLO	
PROBLEMAS /EJERCICIOS DE MAYOR NIVEL  <b>1 PIEDRA POR 3 EJERCICIOS.</b>	PIEDRA	
<b>1 PIEDRA + 1 LADRILLO</b>	OVEJA	
<b>TRABAJO EXTRA</b>	ESPIGA	

*TABLA 1. COMPORTAMIENTOS RECOMPENSADOS*

CADA VEZ QUE ENTREGUÉIS UNA ACTIVIDAD DE LAS INDICADAS EN LA TABLA, SE TE HARÁ ENTREGA DE TANTAS CARTAS DE MATERIA PRIMA COMO SE INDICA. ESTAS CARTAS LAS DEBERÁS GUARDAR CON SUMO CUIDADO, PUES MÁS ADELANTE LAS DEBERÁS UTILIZAR PARA INTERCAMBIAR CON EL PROFESOR POR INFRAESTRUCTURAS.

- IV.** PARA CONSEGUIR PUNTOS PARA LA EVALUACIÓN DEBERÉIS DE CONSTRUIR NUEVAS CARRETERAS, POBLADOS, CIUDADES Y EDIFICIOS PÚBLICOS. PARA CONSTRUIR TODAS ESTAS INFRAESTRUCTURAS, HACEN FALTA MATERIAS PRIMAS. TANTAS COMO SE MUESTRAN EN LA TABLA 2.




MATERIAS PRIMAS QUE SE DEBEN PAGAR POR LAS INFRAESTRUCTURAS	
<b>CARRETERAS</b> 	 + 
<b>POBLADO</b> 	 +  +2x  + 
<b>CIUDAD</b> 	3X  +2X  (SIEMPRE ENCIMA DE UN POBLADO)
<b>EDIFICIOS PÚBLICOS</b> 	<b>ACTITUD Y EN LA CLASE</b> (LO VALORÁ EL PROFESOR)

*TABLA 2. MATERIAS PRIMAS QUE SE DEBEN PAGAR POR LAS INFRAESTRUCTURAS.*

UNA VEZ QUE COMPRES UNA INFRAESTRUCTURA, EL PROFESOR TE LA AÑADIRÁ A TU PORCIÓN DE TERRENO. ESTE TERRENO CONSISTE EN UNA IMAGEN QUE SE IRÁ COMPLETANDO CON LAS DIFERENTES DIBUJOS DE LAS INFRAESTRUCTURAS COMPRADAS (VER EJEMPLO EN IMAGEN 1). PODRÁS CONSULTAR LA IMAGEN DE TU TERRENO Y LA DEL RESTO DE TUS COMPAÑEROS EN EL BLOG DE EDUKTAN.

[HTTP://EDUKTAN.BLOGSPOT.COM.ES/](http://eduktan.blogspot.com.es/)

- V.** A CONTINUACIÓN TE MUESTRO UNA TABLA CON LAS CONMUTACIONES QUE SE LLEVARÁN A CABO AL FINAL DEL TRIMESTRE ENTRE INFRAESTRUCTURAS CONSTRUIDAS Y PUNTOS EN LA NOTA.

CONMUTACIÓN DE INFRAESTRUCTURAS POR PUNTOS EN LA NOTAS	
CARRETERAS 	0 ptos.
POBLADO 	0.3 ptos
CIUDAD 	0.9 ptos.
EDIFICIO PÚBLICO 	0.1 ptos.
<p>DEBES SABER QUE LA MÁXIMA PUNTUACIÓN QUE SE PODRÁ OBTENER ES DE <b>3 PUNTOS</b>.</p> <p>POR TANTO, EDUKTAN TIENE UNA IMPORTANCIA DEL <b>30% DE LA NOTA FINAL</b> DEL TRIMESTRE. EL OTRO 70% SE VALORARÁ CON LA REALIZACIÓN DE LAS PRUEBAS ESCRITAS.</p>	

*TABLA 3. CONMUTACIÓN INFRAESTRUCTURAS POR PUNTOS EN LA NOTA FINAL*

- VI.** ¿CÓMO SE CONSIGUEN LAS MATERIAS PRIMAS? DURANTE LA EVALUACIÓN SE TE IRÁ PREMIANDO CON LAS DIFERENTES MATERIAS PRIMAS EN FUNCIÓN DE LOS EJERCICIOS/ACTIVIDADES/TRABAJOS ENTREGADOS.
- VII.** EL PROFESOR ES EL ÚNICO INTERCAMBIADOR. ÉL SERÁ EL ENCARGADO DE ENTREGARTE LAS TARJETAS DE MATERIA PRIMA SEGÚN TU TRABAJO, DE DICHA ENTREGA QUEDARÁ CONSTANCIA EN UN EXCEL Y EN LA IMAGEN DEL TERRENO, QUE IRÁ RELLENANDO EL PROFESOR Y AL CUAL TENDRÁN ACCESO, SOLO PARA CONSULTAR, TODOS LOS ALUMNOS DE LA CLASE.

**VIII.** LAS MATERIAS PRIMAS SÓLO SE PUEDEN INTERCAMBIAR POR INFRAESTRUCTURAS EN LOS TIEMPOS MARCADOS (POR EJEMPLO LOS LUNES A PRIMERA HORA DURANTE LOS 10 PRIMEROS MINUTOS DE CLASE) Y SE HARÁ DE FORMA PÚBLICA. TAMBIÉN ES POSIBLE ACUMULAR DICHAS MATERIAS, DE MODO QUE NO ES OBLIGATORIO CONSTRUIR AUNQUE SE TENGAN LAS MATERIAS NECESARIAS PARA ELLO. AQUÍ ENTRA EN JUEGO LA ESTRATEGIA.

**IX.** EL CAMBIO DE MATERIAS PRIMAS POR INFRAESTRUCTURAS LAS REALIZARÁ EL PROFESOR CON EL ALUMNO INTERESADO. EL PROFESOR INCLUIRÁ ESTOS CAMBIOS EN EL EXCEL Y LA IMAGEN CITADA EN EL PUNTO VII.

EJEMPLO DE INTERCAMBIO:

**1º-** EL ALUMNO ACUMULA CARTAS DE MATERIAS PRIMAS POR SUS TRABAJOS.

**2º-** EL ALUMNO DECIDE COMPRAR INFRAESTRUCTURAS CON SUS CARTAS. POR EJEMPLO; UN POBLADO. ÉSTE HARÁ ENTREGA AL PROFESOR DE LAS CARTAS DE MATERIAS PRIMAS NECESARIAS.

**3º-** EL PROFESOR RECOGE LAS MATERIAS PRIMAS NECESARIAS PARA CONSTRUIR UN POBLADO Y AÑADIRÁ LA IMAGEN DEL POBLADO EN EL TERRENO DEL ALUMNO.

**4º-** EL PROFESOR HACE CONSTAR EN EL EXCEL EL INTERCAMBIO PRODUCIDO.

**5º-** EL ALUMNO PUEDE CONSULTAR SU PUNTUACIÓN Y SU TERRENO EN EL BLOG DE EDUKTAN.

**X.** PUEDES CONSTRUIR POBLADOS Y CIUDADES EN CUALQUIER LADO SIEMPRE QUE HAYA UNA CARRETERA ENTRE ELLOS. DEBERÁ EXISTIR UN POBLADO ANTES DE COLOCAR UNA CIUDAD.

**XI.** PIENSA BIEN QUÉ VAS A CONSTRUIR Y EL TIEMPO QUE QUEDA PARA EL RECUENTO FINAL, ¡NO SEA QUE TE QUEDES CON TODAS TUS CARTAS EN LA MANO!

1. HABRÁ UN DÍA Y MOMENTO DESTINADO AL **COMERCIO**. ÉSTE SERÁ UN **COMERCIO INTERNO** DONDE LOS JUGADORES PODRÁN INTERCAMBIAR CARTAS DE MATERIA PRIMA CON OTRO JUGADOR (NUNCA PODRÁN HACERSE CAMBIOS SUPERIORES DE 2:1). Y SIEMPRE COMUNICÁNDOSELO AL PROFESOR. **EN ESTE INTERCAMBIO NO ENTRA EN JUEGO LA CARTA DE MATERIA PRIMA ESPIGA.**

**XII.** ADEMÁS DEL PROCEDIMIENTO NORMAL Y EL INTERCAMBIO PARA LA ADQUISICIÓN DE LAS DIFERENTES MATERIAS **EL PROFESOR SE COMPROMETE**, CON EL OBJETIVO DE QUE LOS ALUMNOS TENGAN LA OPCIÓN DE CONSEGUIR LA PUNTACIÓN MÁXIMA, DE CREAR TANTAS ACTIVIDADES COMO SEAN NECESARIAS PARA PODER LOGRAR ESTA PUNTUACIÓN.

**XIII.** AHORA YA SOIS UNOS AUTÉNTICOS COLONIZADORES, DE VOSOTROS DEPENDE LA CALIDAD DE VIDA EN VUESTRO TERRENO. CUANTAS MÁS CONSTRUCCIONES TENGAS EN TU TERRITORIO MAYOR SERÁ LA RECOMPENSA EN EL MOMENTO DEL RECUENTO. RECUERDA QUE FINALIZADO EL TRIMESTRE, TODOS LOS TERRITORIOS SERÁN DEMOLIDOS POR EL TERREMOTO VACACIONAL Y HABRÁ QUE COMENZAR DE 0, POR LO QUE TENDRÁS QUE SER PRECAVIDO Y TENER ALGUNA MATERIA A MANO PARA COMENZAR CON BUEN PIE EN EL SIGUIENTE TRIMESTRE.